DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING

Samband mellan hårdhetstal och materialparametrar för polymermaterial

Examensarbete utfört inom ämnesområdet hållfasthetslära vid Linköpings tekniska högskola och Saab Bofors Dynamics AB
Februari 2005

Martin Claesson
Johanna Forsgren

LITH-IKP-EX--05/2224--SE

INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LINKÖPINGS UNIVERSITET

Institute of Technology, Dept of Mech Eng, SE-581 83 Linköping, Sweden

Samband mellan hårdhetstal och materialparametrar för polymermaterial

Examensarbete utfört inom ämnesområdet hållfasthetslära vid Linköpings tekniska högskola och Saab Bofors Dynamics AB.

Linköpings universitet
TEKNISKA HÖGSKOLAN

Författare:
Martin Claesson
Johanna Forsgren

LiTH-IKP-Ex--05/2224--SE

Division of Solid Mechanics, Department of Mechanical Engineering,
Linköping Institute of Technology, SE-581 83 Linköping, Sweden

Linköping februari 2005

Linköpings universitet TEKNISKA HÖGSKOLAN	**Institution och avdelning** Instutitionen för konstruktions- och produktionsteknik Hållfasthetslära	**Framläggningsdatum** 2005-02-08 **Publiceringsdatum (elektronisk version)**

Språk

- × Svenska
- Annat (ange nedan)

Rapporttyp

- Licentiatavhandling
- × Examensarbete
- C-uppsats
- D-uppsats
- Övrig rapport

ISBN:

ISRN: LITH-IKP-EX--05/2224-SE

Serietitel

Serienummer/ISSN
LITH-IKP-EX--05/2224--SE

URL för elektronisk version

Titel
Samband mellan hårdhetstal och materialparametrar för polymermaterial

Författare
Martin Claesson och Johanna Forsgren

Sammanfattning

Vid användande av polymerer och elastomerer i konstruktioner, lämnar leverantörer oftast endast materialparametrar i form av ett hårdhetstal. De vanligaste provningsmetoderna för hårdhetsmätning av polymerer och elastomerer är Shore samt IRHD (International Rubber Hardness Degree). Hårdhetstalen som erhålls är svåra att använda i Finita Elementanalyser, då de ej direkt kan översättas till mer lätthanterliga storheter.

Syftet med examensarbetet är att utveckla en metod för att omvandla hårdhetstal till användbara Finita Elementstorheter.

Det finns flera olika metoder för hårdhetsmätning inom Shore och IRHD. Arbetet begränsades dock till att enbart täcka en metod för Shore samt två metoder för IRHD.

Arbetet inleddes med litteraturstudier följt av modellering samt simulering av hårdhetsprovningarna. Optimeringar har genomförts för att erhålla materialparameterns värden för olika hårdheter. Med hjälp av dessa värden har sedan samband mellan hårdhet och materialparametrar tagits fram.

Erhållna slutsatser är att det med metodens hjälp går att finna samband mellan hårdhet och materialparametrar. Dessa parametrar kan anta olika värden för samma hårdhet. Om hårdhetsprovning kompletteras med andra provningsresultat blir resultaten mer entydiga.

Nyckelord
Hårdhetstal, Hårdhetsprovning, Shore, IRHD, Finita Elementstorheter, Polymerer

Förord

Under det femte året på civilingenjörsutbildningen i Maskinteknik skall ett examensarbete genomföras som en obligatorisk del av examinationen. Fyra års kunskapssamlande avslutas nu med detta arbete. Ändå är detta bara början, en kort paus för att sedan åter fortsätta samla kunskap och erfarenheter.

Vårt examensarbete är utfört på Saab Bofors Dynamics AB mellan juni och december 2004. Under denna tid har vi kommit i kontakt med människor som vi vill uttrycka vår tacksamhet till.

Vi vill tacka vår handledare Per Persson på Saab Bofors Dynamics AB för givande diskussioner samt hjälp av inlärning av de olika programmen som använts, samt för allt stöd och uppmuntran.

Vi vill även tacka vår examinator Bo Torstenfelt vid Linköpings tekniska högskola för goda råd under examensarbetets gång och för all praktiskt information.

Tack till Anna Ludtke, Trelleborg Industri AB, för all den fakta och information angående hårdhetsprovning som hon bistått med.

Slutligen vill vi tacka alla medarbetare på Saab Bofors Dynamics mekanikavdelning för att ni har bistått med hjälp och svarat på våra frågor samt satt guldkant på vår tillvaro under examensarbetets gång.

Martin Claesson och Johanna Forsgren

21 december 2004, Linköping

Abstract

When polymers and elastomers are used in constructions, suppliers often only supply material parameters in form of a hardness number. The most common methods used for determining the hardness of polymers and elastomers are Shore and IRHD (International Rubber Hardness Degree). The hardness number, which is achieved, is very difficult to use directly in Finite Element analyses because it can not easily be translated into more versatile parameters.

The purpose of this thesis is to develop a method, which transform a hardness number into more useful Finite Element quantities.

There are several different methods to determine the hardness for both Shore and IRHD. In this thesis the work is limited to cover only one method for Shore and two methods for IRHD.

First literature was studied, after which the test equipment was modelled and then simulated. Optimizations have been performed to receive values on the material parameters for different hardnesses. This has been done for several different hardnesses. Relations between the material parameters and the hardness have been received from the different values from the optimization and the hardness numbers connected to these values.

A conclusion achieved from the work is that relation between the hardness number and material parameters can be found. These parameters can receive different values for the same hardness number. If other test results were added to the hardness test the results would be more unambiguous.

Sammanfattning

Vid användande av polymerer och elastomerer i konstruktioner, lämnar leverantörer oftast endast materialparametrar i form av ett hårdhetstal. De vanligaste provningsmetoderna för hårdhetsmätning av polymerer och elastomerer är Shore samt IRHD (International Rubber Hardness Degree). Hårdhetstalen som erhålls är svåra att använda i Finita Elementanalyser, då de ej direkt kan översättas till mer lätthanterliga storheter.

Syftet med examensarbetet är att utveckla en metod för att omvandla hårdhetstal till användbara Finita Elementstorheter.

Det finns flera olika metoder för hårdhetsmätning inom Shore och IRHD. Arbetet begränsades dock till att enbart täcka en metod för Shore samt två metoder för IRHD.

Arbetet inleddes med litteraturstudier följt av modellering samt simulering av hårdhetsprovningarna. Optimeringar har genomförts för att erhålla materialparameterns värden för olika hårdheter. Med hjälp av dessa värden har sedan samband mellan hårdhet och materialparametrar tagits fram.

Erhållna slutsatser är att det med metodens hjälp går att finna samband mellan hårdhet och materialparametrar. Dessa parametrar kan anta olika värden för samma hårdhet. Om hårdhetsprovning kompletteras med andra provningsresultat blir resultaten mer entydiga.

Innehållsförteckning

Figurförteckning

1 Inledning

Detta kapitel innehåller en presentation av företaget Saab Bofors Dynamics AB, bakgrund, syfte, begränsningar samt den metod som använts för examensarbetet. Även rapportens upplägg beskrivs i detta kapitel.

1.1 Presentation av Saab Bofors Dynamics AB

”Saab Bofors Dynamics är en av flera affärsenheter inom Saab-koncernen och bildades år 2000 i samband med att Saab förvärvade Celsius.” [1]

”Företagets huvudkontor är placerat i Karlskoga men verksamhet bedrivs på ytterligare fyra orter: Linköping, Eskilstuna, Göteborg och Stockholm.” [1]

> *Verksamheten inom Saab Bofors Dynamics består av de två huvudområdena; Missiler och Understödsvapen. Företagets verksamhet, framförallt inom missilområdet, baseras teknologiskt och produktmässigt på det svenska försvarets behov. Samarbete med den svenska kunden är av avgörande betydelse, inte minst för företagets möjligheter på exportmarknaden.* [1]

Saabs affärsidé lyder:

> *Saab Bofors Dynamics är ett komplett missilhus och ska utveckla avancerade missilsystem för det svenska försvaret och andra länders försvar. Saab Bofors Dynamics ska också delta i internationella projekt och vara en aktiv aktör på exportmarknaden.* [1]

1.2 Bakgrund

Vid användande av polymerer och elastomerer i konstruktioner, lämnar leverantörer oftast endast materialparametrar i form av ett hårdhetstal. Olika hårdhetstal förekommer. Dessa hårdhetstal är svåra att använda i Finita Elementanalyser, då de ej direkt kan översättas till mer lätthanterliga storheter.

1.3 Syfte

Syftet med examensarbetet är att utveckla en metod för att omvandla hårdhetstal till användbara Finita Elementstorheter.

1.4 Begränsningar

Detta arbete täcker enbart hårdhetstal framtagna med de metoder beskrivna i kommande teorikapitel.

1.5 Metod

Arbetet började med informationssökning och litteraturstudier för att skaffa information om ämnet. Förutom böcker och artiklar, studerades standarder för olika provningsmetoder, även programvaror studerades.

När teorin var känd och kunskap om hur en provning av hårdhet går till, modellerades provningsutrustningens geometri upp i en pre-processor.

Modellerna ”meshades”, delades in i element för att Finita Elementberäkningar (härefter kommer förkortningen FE-beräkningar att användas) skall kunna genomföras. Innan en beräkning genomförs, läggs randvillkor på modellen. Även materialmodeller bestäms. Materialmodellerna måste väljas med omsorg då dessa bestämmer vilket beteende materialen kommer att ha.

FE-beräkningar påbörjades härnäst. När analysen var genomförd mättes intryckningen i materialet. Denna förskjutning kunde sedan översättas till ett hårdhetstal.

Genom att ge ämnet som provas en materialmodell, innehållande materialparametrar, kan man genom optimering erhålla värden på dessa för olika hårdhetstal.

Med hjälp av dessa värden togs ett uttryck fram, med hjälp av minsta kvadratmetoden, vilket beskrev sambanden mellan dem.

LS-DYNA och LS-OPT är möjliga programvaror för FE-beräkning och optimering.

1.6 Rapportens upplägg

Rapporten beskriver arbetets gång i en kronologisk ordning. Den är indelad i fyra huvuddelar: Teori, utförande, resultat samt slutsatser och diskussion.

I kapitel två beskrivs de teorier som används under arbetets gång.

Kapitel tre beskriver genomförandet av arbetet.

I det fjärde ges en kort överblick av de programvaror som används.

Kapitel fem presenterar de resultat som författarna kommit fram till.

I kapitel sex och sju diskuteras resultaten och slutsatser dras.

2 Teori

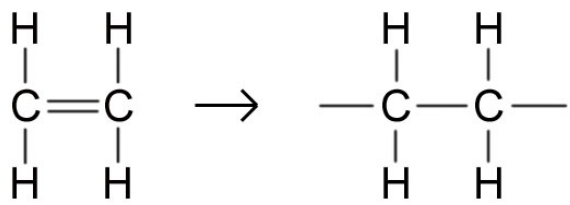
Kapitlet beskriver allmänna egenskaper hos polymerer och elastomerer, teori bakom hårdhetsprovning, hur provningen ska gå till enligt standard, samt optimeringsteori.

2.1 Polymerer

Polymerer är en grupp material som har det gemensamt att de består av väldigt långa organiska molekyler [2]. Exempel på polymerer är plast och gummi. Det finns en mängd olika användningsområden för polymerer t ex bilinredning, leksaker, färg och i kompositer som förstärkts med fibrer.

Det finns många fördelar med polymerer. De är billiga, relativt lätta, korrosionsbeständiga och lättformade [2]. Huvudsakliga nackdelar materialet har är låg styrka och styvhet, samt att det ej är anpassat för användning vid höga eller mycket låga temperaturer.

Polymererna bildas genom att ett stort antal monomerer sammanbinds. Detta kan ske genom polymerisering vilket innebär att en dubbel kovalentbindning, dvs. starka bindningar mellan kolatomer, bryts och ersätts med en enkelbindning. Monomerens ände är nu fri att koppla sig samman med ytterligare en monomer eller molekyl. Se figur 2.1.



Figur 2.1 – Polymerisering

Ett annat sätt att sammanbinda monomerer är polykondensation. Detta ”innebär en kemisk reaktion vid vilken molekyler och monomerer sammankopplas till polymerer vid avlägsnandet av vatten eller annat ämne med enkel molekyluppbyggnad” [3]. Det som ger de olika typerna av polymerer deras olika egenskaper är tvärbindningarnas styrka och antal.

Man kan dela upp polymererna i tre grupper med tanke på deras mekaniska egenskaper. Grupperna är termoplaster, härdplaster och elastomerer [2].

Termoplaster är uppbyggda av antingen linjära kedjemolekyler eller förgrenade kedjemolekyler [4]. Molekylerna binds samman med bindningar som är relativt svaga och släpper vid uppvärmning. Detta gör att plasten mjuknar och blir formbar.

Härdplaster består av långa molekyler som har starka tvärbindningar mellan varandra och bildar ett tredimensionellt nätverk. Detta ger att materialet får en hög styvhet och tål relativt höga temperaturer [2]. Dessa plaster smälter inte och går ej heller att lösa i organiska oljor eller lösningsmedel. Härdplaster används ofta i kombination med bomullsväv eller glasfibrer i kompositer.

Elastomerernas, gumminas, molekyler har en oordnad struktur som tillåter tvärbindningar. De har en stor elastisk töjbarhet då de deformeras [2]. När gummi utsätts för spännings- eller töjningsenergi uppstår inre omordningar, i form av t.ex. rotationer och förlängningar, av polymerkedjorna [5]. Vid töjningar uppkommer spänningar i materialet. Då kraften avlägsnas vill dessa spänningar återföra molekylkedjorna till sina ursprungliga lägen [6]. Vid långvarig inverkan av en belastning kommer kedjorna ej att helt återgå till sina ursprungliga lägen vid avlastningen. Det kommer att finnas en kvarvarande deformation som beror av att gummi ej är linjärt elastiskt. De har istället vissa viskoelastiska och viskösa egenskaper. ”Viskoelastisk återhämtning innebär att gummi med viss tidsfördröjning återgår till ursprunglig form vid avlastning efter deformation. Viskös eller plastisk deformation innebär att ingen återgång sker efter avlastning.” [6]

Gränserna mellan de olika materialkategorierna är relativt vaga.

2.1.1 Viskoelasticitet

Polymerer har den egenskapen att de är viskoelastiska, det vill säga att deformation och spänning i materialet är beroende av tiden. Detta beror på att molekylkedjorna i materialet behöver tid på sig för att räta ut sig när de utsätts för en spänning [7]. Man säger att materialet kryper eller att det sker en spänningsrelaxation i materialet. Krypning innebär att om materialet belastas med en konstant spänning en längre tid, kommer materialet att deformeras. Deformationen kommer sedan att återgå då materialet avlastas. När ett material utsätts för en konstant töjning och denna töjning ger upphov till en spänning i materialet som avtar med tiden, säger man att det sker en spänningsrelaxation.

Vid låga temperaturer eller höga belastningshastigheter beter sig polymerer likt andra solida material som t.ex. metaller eller keramer [2]. I det elastiska området är spänning och töjning direkt relaterad till varandra. Vid höga temperaturer eller vid låga belastningshastigheter uppför sig polymeren som en viskös vätska.

2.2 Hårdhet

Hårdhet är förmågan hos ett material att motstå ytinbuktning och nötning. De vanligaste metoderna för hårdhetsprovning mäter materialets motstånd vid intryckning av ett föremål. Man mäter avtrycket, djupet eller geometrin, för att sedan översätta detta till ett hårdhetstal. Hårdhetsprovning är en av de äldsta mekaniska testmetoderna [2]. De används ofta vid kvalitetskontroller och är relativt billiga och snabba att genomföra. Flertalet av metoderna är icke-förstörande.

Exempel på metoder som förekommer är Brinell, Wickers, Rockwell, Shore och IRHD. Ett hårdhetstal framtaget med en viss metod motsvarar inte samma hårdhetstal framtaget med en annan av metoderna.

2.2.1 Shore

Shorehårdhet mäts med en durometer. Man mäter intrycksdjupet och räknar om detta till ett hårdhetstal. Om en durometer penetrerar materialet med 2,5 mm erhålls värdet 0°, om ingen penetrering sker erhålls värdet 100°.

Det finns tolv olika metoder, metod A, B, C, D, DO, E, M, O, OO, OOO, OOO-S och R, för hårdhetsmätning inom Shore. Arbetet kommer endast att täcka metoden Shore A.

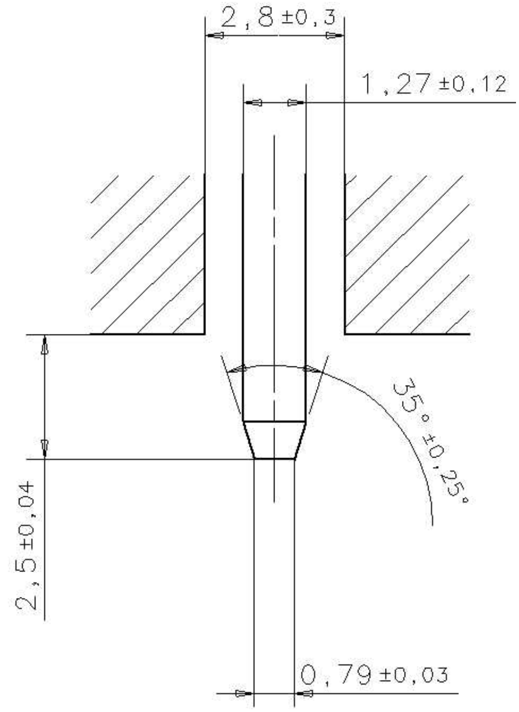
Kraften appliceras via en fjäder. Denna fjäder beskrivs närmre i nästföljande kapitel. Avläsningen sker efter 1±0.1 s [8]. På varje provkropp ska hårdheten avläsas tre eller fem gånger.

Provningstemperaturen ska vara 23±2° C.

De olika Shoreskalorna är till för material med olika hårdheter. Shore A används t.ex. på mjukare material än Shore D.

2.2.1.1 Shore A

I standarden ASTM D 2240 beskrivs hur ett prov enligt Shore A skall genomföras. Figur 2.2 beskriver utrustningens geometrier för ett prov enligt Shore A.



Figur 2.2 – Provningsutrustningens geometri, Shore A

Indentorn är tillverkad av härdat stål [8]. Diametern ska vara 1,27±0,12 mm. Dess kontaktyta ska ha en diameter på 0,79±0,03 mm. Denna ska vara polerad så att inga sprickor är synliga vid 20 gångers förstoring. Indentorn ska ha ett utstick på 2,5±0,04 mm under foten. Den del av indentorn som först penetrerar ämnet är utformad som en stympad kon med vinkeln 35°±0,25°.

Foten är utformad som en ihålig cylinder där innerdiametern är 2,8±0,3 mm och dess ytterdiameter som ska vara minst 12 mm [8].

Hårdheten avläses på en analog eller digital skala som är graderad från 0° till 100°. En förflyttning av 0,025 mm motsvarar ett stegs förflyttning på den graderade skalan.

Kraften som indentorn utsätts för appliceras via en fjäder. Hur stor kraften blir beror på intryckningsdjupet. Ett litet intryckningsdjup ger en stor kraft och tvärtom. Fjäderkraften bestäms enligt följande formel

$$N = 0{,}55 + 0{,}075HA \qquad (2.1)$$

där

$$HA = utläst\ hårdhet$$

så att största kraften uppgår till 8,05 N och minsta till 0,55 N. Där den högre kraften uppkommer vid ett stelt underlag (HA=100°).

2.2.1.3 Krav på provningsämnet

Provningsämnet ska vara minst 6 mm tjock, det kan vara sammansatt av flera olika lager [8]. Resultaten från det sammansatta provningsämnet kan skilja sig från det man får från ett prov från en fast kropp. Detta på grund av att kontaktytorna ej ligger helt i kontakt med varandra. Dimensionen skall även vara sådan att hårdhetsmätningar ska kunna tas minst 12 mm ifrån alla kanter. Ytan på provningsämnet ska vara plan och parallell, så att foten har full kontakt över en area med en radie på minst 6,0 mm från provningspunkten.

Provet skall stadgas upp på ett sådant sätt att det behåller sin position och stabilitet. Hårdhetsbestämning kan ej genomföras på en ojämn eller grov yta.

2.2.2 IRHD

IRHD används mest vid laboratorieprovning på grund av god reproducerbarhet, den blir dock allt vanligare även ute i industrin [9]. Detta är en stationär metod och inte lika portabel som en durometer. Mätmetoden kräver att man använder en vibrator för att eliminera friktionen i apparaten.

IRHD-test utförs på såväl större prov, normalprov, som på mindre prov, mikroprov. Understiger kroppens tjocklek 4 mm rekommenderas mikroprov. Även här är det penetrationsdjupet som bestämmer hårdheten.

Det finns åtta olika metoder, metod CH, CL, CM, CN, H, L, M och N, för hårdhetsmätning inom IRHD. Arbetet kommer endast att täcka metoderna IRHD H och IRHD N.

Provningen startas genom att man anbringar en initialbelastning. Efter ca 5 sek nollställs indikatorklockan och kultrycket ökas till penetrationsbelastningen [10]. Indikatorklockan avläses efter 30 sek. Hårdheten ska bestämmas på tre eller fem punkter på ytan av provningskroppen.

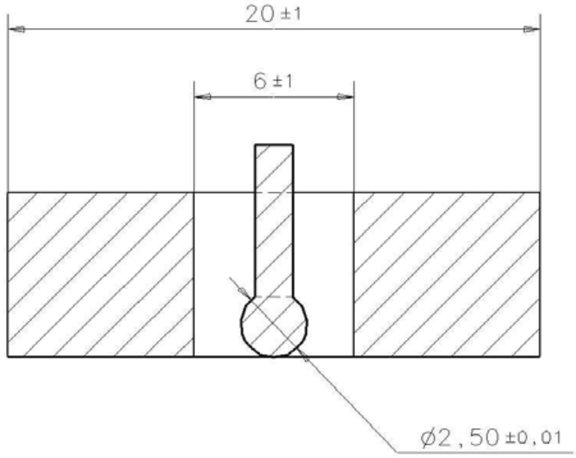
Skalan går från 0° till 100° där 0° anger hårdheten hos ett helt mjukt material.

2.2.2.1 Metod N, Normaltest

Denna metod är till för gummi som har en hårdhet mellan 35°-85° IRHD (normalhårt gummi), men kan även användas inom området 30°-95° IRHD [11].

Provningsämnet ska ha en tjocklek på 8-10 mm [11]. Det får bestå av högst tre lager, där inget lager får vara tunnare än 2 mm. Alla ytor ska vara parallella och släta.

Provningsutrustningen ska ha geometri enligt figur 2.3.



Figur 2.3 – Provningsutrustningens geometri, IRHD N

Foten är utformad som en ihålig cylinder där ytterdiametern är 20±1 mm, innerdiameter uppgår till 6±1 mm [11]. Indentorns sfär ska ha en diameter på 2,50±0,01 mm.

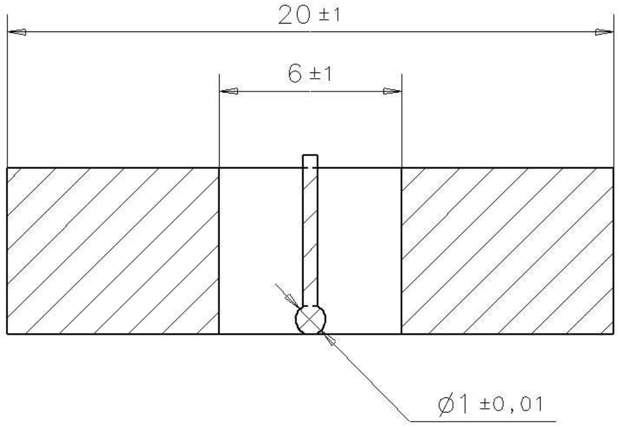
Initialkraften ska vara 0,30±0,02 N, därefter läggs en kraft på 5,40±0,01 N på [11]. Den totala kraften på indentorn blir då 5,70±0,03 N. Foten belastas med en kraft på 8,3±1,5 N.

2.2.2.2 Metod H, Höghårdhetstest

Används på gummin som har en hårdhet mellan 85°-100° IRHD (hårt gummi).

För tjockleken och geometrin på testbiten gäller samma regler som vid metod N.

Provningsutrustningens geometri är dock ej densamma, se figur 2.4.



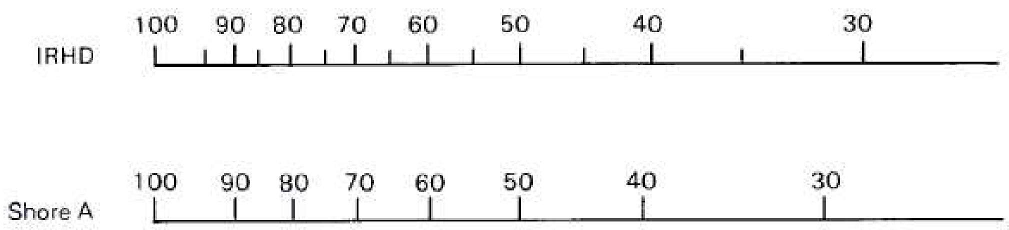
Figur 2.4 – Provningsutrustningens geometri, IRHD H

Indentorns sfär har en diameter på 1,00±0,01 mm [11]. Även här är foten utformad som en ihålig cylinder med ytterdiameter och innerdiameter på 20±1 mm respektive 6±1 mm.

Indentorn belastas först med en initialkraft på 0,30±0,02 N och därefter läggs en kraft på 5,40±0,01 N på så att den totala kraften som verkar på indentorn blir 5,70±0,03 N [11]. Kraften på foten uppgår till 8,3±1,5 N.

2.2.3 Samband mellan olika hårdhetsskalor

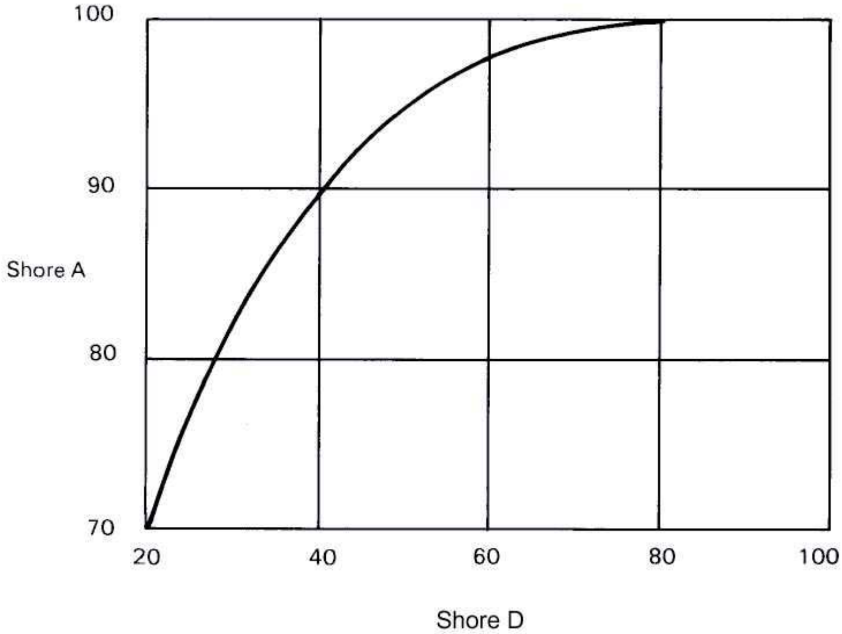
Figur 2.5 visar ett ungefärligt samband mellan IRHD och Shore A.



Figur 2.5 – Ungefärligt samband mellan IRHD och Shore A [12]

Detta samband anses gälla för högelastiska gummin, t.ex. naturgummi [12]. För stummare gummimaterial, exempelvis butylgummi, är avvikelsen oftast större.

Det förekommer även ett ungefärligt samband mellan Shore A och Shore D. Detta visas i figur 2.6.



Figur 2.6 – Ungefärligt samband mellan Shore A och Shore D [12]

2.3 Materialmodeller

2.3.1 Elastisk plastisk med kinematiskt hårdnande

Materialmodellen kan åstadkomma kinematiskt och isotropiskt hårdnande. Genom att variera parametern β mellan noll och ett kan en kombination av både kinematiskt och isotropiskt hårdnande erhållas [13]. För β lika med noll och ett, uppkommer kinematiskt respektive isotropiskt hårdnade, se figur 2.7.

Vid isotropiskt hårdnande är flytgränsytans centrum fix medan radien är en funktion av den plastiska töjningen [13]. Vid kinematiskt hårdnande är radien fix medan centrum translaterar i samma riktning som den plastiska töjningen.

Flytvillkoren är följande [13]:

$$\phi = \frac{1}{2}\xi_{ij}\xi_{ij} - \frac{\sigma_y^2}{3} = 0 \tag{2.2}$$

där

$$\xi_{ij} = s_{ij} - \alpha_{ij} \tag{2.3}$$

och

$$\sigma_y = \sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^p \tag{2.4}$$

s_{ij} är de deviatoriska spänningarna.

Medrotationshastigheten av α_{ij} är [13]:

$$\overset{\nabla}{\alpha}_{ij} = (1-\beta)\frac{2}{3}E_p \dot{\varepsilon}_{ij}^p \tag{2.5}$$

Följaktligen,

$$\alpha_{ij}^{n+1} = \alpha_{ij}^n + \left(\overset{\nabla}{\alpha}_{ij}^{n+1/2} + \alpha_{ik}^n \Omega_{kj}^{n+1/2} + \alpha_{jk}^n \Omega_{ki}^{n+1/2}\right)\Delta t^{n+1/2} \tag{2.6}$$

där Ω_{ij} definieras som

$$\Omega_{ij} = \dot{R}_{ik} R_{jk} \tag{2.7}$$

där R härstammar ifrån

$$F_{ij} = R_{ik} U_{kj} = V_{ik} R_{kj} \tag{2.8}$$

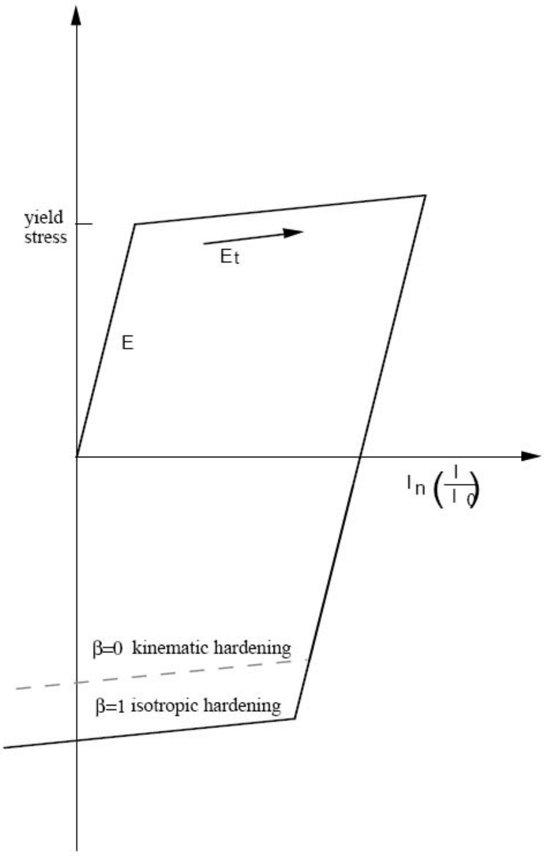
F_{ij} är deformationsgradientmatrisen. U_{ij} och V_{ij} är de positivt definita höger och vänster töjningstensorerna.

Töjningshastigheten är beräknad för användandet av en modell som skalar sträckgränsen med en faktor som är beroenden av töjningshastigheten [13].

$$\sigma_y = \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{C}\right)^{\frac{1}{p}}\right]\left(\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_{eff}^p\right) \tag{2.9}$$

där p och C är konstanter som definieras av användaren och $\dot{\varepsilon}$ är töjningshastigheten som definieras som:

$$\dot{\varepsilon} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}} \tag{2.10}$$



Figur 2.7 – Elastiskt-plastiskt beteende med isotropiskt och kinematiskt hårdnande, där l_0 och l är odeformerad respektive deformerad längd av ett enaxliga spänningsprov [13]

Den nuvarande radien av flytgränsytan σ_y är summan av den initiella flytgränsytan σ_0, plus ökningen $\beta E_p \varepsilon_{eff}^p$, där E_p är plastiska hårdnandemodulen,

$$E_p = \frac{E_t E}{E - E_t} \tag{2.11}$$

och ε_{eff}^p är den effektiva plastiska töjningen enligt följande [13]:

$$\varepsilon_{eff}^p = \int_0^t \left(\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right)^{1/2} dt \tag{2.12}$$

Den plastiska töjningshastigheten är skillnaden mellan den totala och den elastiska töjningshastigheten:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{e} \tag{2.13}$$

Vid implementering av denna materialmodell uppdateras den deviatoriska spänningen elastiskt.

$$\sigma_{ij}^{*} = \sigma_{ij}^{n} + C_{ijkl}\Delta\varepsilon_{kl} \tag{2.14}$$

där

> σ_{ij}^{*} är spänningstensorn,
> σ_{ij}^{n} är spänningstensorn för det tidigare tidssteget,
> C_{ijkl} är den elastiska tangentmodulsmatrisen,
> $\Delta\varepsilon_{kl}$ är den stegvis växande töjningstensorn.

Om flytfunktionen är till belåtenhet görs inget mer. Om däremot flytfunktionen överträds, beräknas ett tillskott av den plastiska töjningen, spänningen skalas tillbaka till flytgränsytan, och flytgränsytans centrum uppdateras.

Låt s_{ij}^{*} representera det elastiska deviatoriska spänningsläget vid $n+1$.

$$s_{ij}^{*} = \sigma_{ij}^{*} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}^{*} \tag{2.15}$$

och

$$\xi_{ij}^{*} = s_{ij}^{*} - \alpha_{ij} \tag{2.16}$$

Flytfunktionen definieras,

$$\phi = \frac{3}{2}\xi_{ij}^{*}\xi_{ij}^{*} - \sigma_{y}^{2} = \Lambda^{2} - \sigma_{y}^{2}\begin{cases} \leq 0 \, \textit{för elastisk eller neutral belastning} \\ > 0 \; \textit{för plastiskt hårdnande} \end{cases} \tag{2.17}$$

För plastiskt hårdnande

$$\varepsilon_{eff}^{p^{n+1}} = \varepsilon_{eff}^{p^{n}} + \frac{\Lambda - \sigma_{y}}{3G + E_{p}} = \varepsilon_{eff}^{p^{n}} + \Delta\varepsilon_{eff}^{p} \tag{2.18}$$

skalas spänningsdeviatorn tillbaka

$$\sigma_{ij}^{n+1} = \sigma_{ij}^{*} - \frac{3G\Delta\varepsilon_{eff}^{p}}{\Lambda}\xi_{ij}^{*} \tag{2.19}$$

och centrum uppdateras:

$$\alpha_{ij}^{n+1} = \alpha_{ij}^{n} + \frac{(1-\beta)E_{p}\Delta\varepsilon_{eff}^{p}}{\Lambda}\xi_{ij}^{*} \tag{2.20}$$

2.3.2 Inkompressibelt Mooney-Rivlin gummi

Töjningsenergi- och densitetfunktionen, med de ingående konstanterna A, B och υ, är definierad som [13]:

$$W(I_1, I_2, I_3) = A(I_1 - 3) + B(I_2 - 3) + C(\frac{1}{I_3^2} - 1) + D(I_3 - 1)^2 \tag{2.21}$$

där

$$C = 0{,}5A + B \tag{2.22}$$

och

$$D = \frac{A(5\upsilon - 2) + B(11\upsilon - 5)}{2(1 - 2\upsilon)} \tag{2.23}$$

υ = Poissons tal
G = 2(A+B) = Skjuvmodul för linjär elasticitet
I_1, I_2, I_3 = töjningsinvarianser uttryckt i huvudtöjningar

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \tag{2.24}$$

$$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 \tag{2.25}$$

$$I_3 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 \tag{2.26}$$

Poissons tal rekommenderas att ligga mellan 0,490 och 0,495 eller högre [13]. Lägre värden kan leda till instabilitet. Vid derivering av konstanterna C och D antas inkompressibilitet.

Huvudkomponenterna av Cauchyspänningarna, σ_i, ges av:

$$J\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \tag{2.27}$$

För konstant utvidgning gäller

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda \tag{2.28}$$

så att trycket, p, uppnås.

$$p = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{2}{\lambda^3}\left(\lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + 2\lambda^4 \frac{\partial W}{\partial I_2} + \lambda^6 \frac{\partial W}{\partial I_3}\right) \tag{2.29}$$

Den relativa volymen, V, kan definieras i termer av töjningar:

$$V = \lambda^3 = \frac{ny\ volym}{gammal\ volym} \tag{2.30}$$

För små volymetriska deformationer kan bulkmodulen, K, definieras som förhållandet av trycket över den volymetriska töjningen när den relativa volymen närmar sig ett [13].

$$K = \lim_{V \to 1}\left(\frac{p}{V-1}\right) \tag{2.31}$$

De partiella derivatorna av W leder till:

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = A \tag{2.32}$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_2} = B \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_3} = -2CI_3^{-3} + 2D(I_3 - 1) = -2C\lambda^{-18} + 2D(\lambda^6 - 1) \tag{2.34}$$

$$p = \frac{2}{\lambda^3}\left\{A\lambda^2 + 2\lambda^4 B - 2C\lambda^{-12} + 2D\left(\lambda^{12} - \lambda^6\right)\right\} \tag{2.35}$$

När töjningsförhållandet närmar sig ett måste trycket närma sig noll [13].

$$\lim_{\lambda \to 1} p = 0 \tag{2.36}$$

Således blir

$$A + 2B - 2C = 0 \tag{2.37}$$

och därmed erhålls ekvation (2.20) $C = 0{,}5A + B$

För att erhålla en lösning på D kan det noteras att:

$$K = \lim_{V \to 1}\left(\frac{p}{V-1}\right) = \lim_{V \to 1}\frac{\frac{2}{\lambda^3}\left\{A\lambda^2 + 2\lambda^4 B - 2C\lambda^{-12} + 2D\left(\lambda^{12} - \lambda^6\right)\right\}}{\lambda^3 - 1} \tag{2.38}$$

Förenklat blir då K:

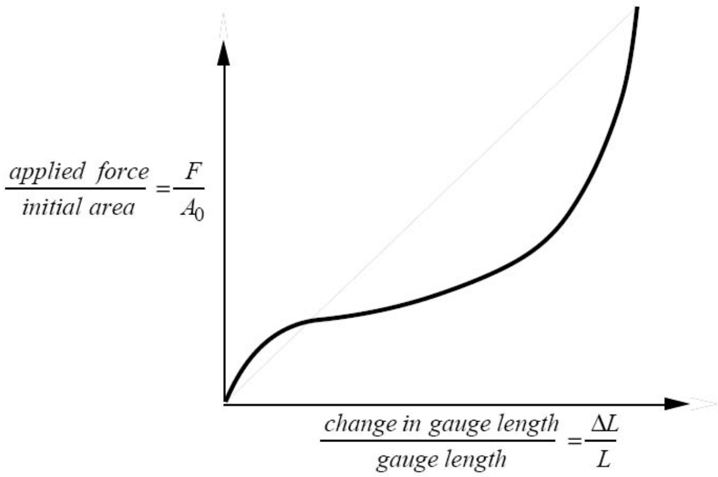
$$K = \frac{2}{3}\left(14A + 32B + 12D\right) \tag{2.39}$$

Alltså erhålls

$$14A + 32B + 12D = \frac{3}{2}K = \frac{2}{3}\left(\frac{2G(1+\upsilon)}{3(1-2\upsilon)}\right) = \frac{2(A+B)(1+\upsilon)}{(1-2\upsilon)} \tag{2.40}$$

och därur fås ekvation (2.23) $D = \dfrac{A(5\upsilon - 2) + B(11\upsilon - 5)}{2(1-2\upsilon)}$

A och B är koefficienter i en funktion som beskriver det karakteristiska utseendet för ett gummi i ett spännings-töjnings diagram, se figur 2.8.



Figur 2.8 – Spänning som funktion av töjning [14]

2.4 Optimeringsteori

2.4.1 Allmän optimeringsteori

När en matematisk optimering genomförs används en målfunktion, det är detta uttryck som antingen ska minimeras eller maximeras. Finns det bivillkor som ska uppfyllas, måste dessa formuleras. Generellt formuleras ett optimeringsproblem på följande sätt:

$$\begin{aligned}&\min f(\bar{x}) \\ &\text{då } g_j(\bar{x}) \leq 0 \text{ ; } j = 1,2,\ldots,m \\ &\text{och } h_k(\bar{x}) = 0 \text{ ; } k = 1,2,\ldots,l\end{aligned} \tag{2.41}$$

där $f(\bar{x})$, $g_j(\bar{x})$ och $h_k(\bar{x})$ ($\bar{x}$ beskriver en vektor) är funktioner av oberoende variabler x_1, x_2, x_3, …, x_n [15]. $f(\bar{x})$ är en målfunktion samt $g_j(\bar{x})$ och $h_k(\bar{x})$ är bivillkor. När det gäller designoptimering kan målfunktionen vara t.ex. kostnaden, vikten, livstiden eller styvheten för konstruktionen.

Likhetsvillkor kan representeras av två olikhetsvillkor där den övre och den undre gränsen är samma tal [15]. T ex. blir

$$h_k(\bar{x}) = 0 \Rightarrow 0 \leq h_k(\bar{x}) \leq 0 \tag{2.42}$$

Ekvation (2.41) blir då

$$\begin{aligned}&\min f(\bar{x}) \\ &\text{då } g_j(\bar{x}) \le 0\ ;\ j = 1,2,...,m\end{aligned} \tag{2.43}$$

Nödvändiga villkor för lösningen x^* till ekvation (2.43) är de så kallade Karush-Kuhn-Tucker villkoren [15]:

$$\begin{aligned}&\nabla f(\bar{x}^*) + \lambda^T \nabla g(\bar{x}^*) = 0 \\ &\lambda^T g(\bar{x}^*) = 0 \\ &g(\bar{x}^*) \le 0 \\ &\lambda \ge 0\end{aligned} \tag{2.44}$$

För att x^* skall vara ett begränsat lokalt minimum måste hessianen till Lagrangefunktionen, $\nabla^2 f(\bar{x}^*) + \lambda^T \nabla^2 \bar{\bar{g}}(\bar{x}^*)$ på delrymden som tangerar det aktiva randvillkoret $\bar{\bar{g}}$, vara positivt definit.

Dessa villkor används dock inte i LS-OPT för att kontrollera ett funnet optimum. De kapitel som följer kommer att beskriva de optimeringsteorier som används i programmet LS-OPT.

2.4.2 Normalisering av randvillkor och variabler

För att undvika stora variationer i variablernas och randvillkorens magnituder normaliseras dessa [15].

Ett typiskt randvillkor

$$L_j \le g_j(\bar{x}) \le U_j\ ; \quad j = 1,2,...,m \tag{2.45}$$

får följande utseende efter normalisering

$$\frac{L_j}{g_j(\bar{x}_0)} \le \frac{g_j(\bar{x})}{g_j(\bar{x}_0)} \le \frac{U_j}{g_j(\bar{x}_0)}\ ; \quad j = 1,2,...,m \tag{2.46}$$

där $\bar{x}_0$ är startpunkten, startvektorn.

Variablerna normaliseras genom en skalning av designrymden $[\bar{x}_L;\bar{x}_U]$ till $[0;1]$, där $\bar{x}_L$ är den undre och $\bar{x}_U$ den övre gränsen [15]. Formeln

$$\xi_i = \frac{x_i - x_{iL}}{x_{iU} - x_{iL}} \tag{2.47}$$

används för att transformera varje variabel, x_i till normaliserade variabler, ξ_i.

2.4.3 Responsytemetodik (Response Surface Methodology, RSM)

Responsytemetodik är en statistisk metod för att konstruera en jämn approximation till funktioner i en multidimensionell rymd [15].

För att bilda en responsyta krävs att ett visst antal beräkningspunkter är framtagna. För att välja dessa punkter finns olika tekniker vilka beskrivs i kapitel 2.3.4. En yta anpassas till dessa beräkningspunkter genom användning av regressionsanalys. Målet med regressionsanalys är att skapa en funktion som är anpassade till observerad data. Oftast används minsta kvadratmetoden. Den framtagna ytan används för att konstruera subproblem som sedan kan optimeras.

För att RSM ska vara tillförlitlig krävs att beräkningspunkterna, för vilka ytan är approximerad över, är valda [15].

En tänkt responsvariabel y beroende av ett antal variabler $\bar{x}$ där:

$$y = \eta\,(\bar{x}) \tag{2.48}$$

Det exakta sambandet approximeras till:

$$\eta\,(\bar{x}) \approx f(\bar{x}) \tag{2.49}$$

Den approximerade funktionen f antas var en summa av basfunktioner:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{L} a_i \phi_i(\bar{x}) \tag{2.50}$$

där L är antalet basfunktioner ϕ_i, vilka används för att approximera modellen.

Konstanterna $\bar{a} = [a_1, a_2, ..., a_L]^T$ måste bestämmas för att kunna minimera summan av felet i kvadrat:

$$\sum_{p=1}^{P} \left\{ \left[y(\bar{x}_p) - f(\bar{x}_p) \right]^2 \right\} = \sum_{p=1}^{P} \left\{ \left[y(\bar{x}_p) - \sum_{i=1}^{L} a_i \phi_i(\bar{x}_p) \right]^2 \right\} \tag{2.51}$$

P är antalet experimentella punkter och y är funktionens exakta värden vid de valda punkterna $\bar{x}_i$.

Lösningen till de okända koefficienterna är:

$$\bar{a} = \left(\bar{X}^T \bar{X}\right)^{-1} \bar{X}^T \bar{y} \qquad (2.52)$$

där matrisen $\bar{X}$ representeras av

$$\bar{X} = \left[X_{pi}\right] = \left[\phi_i(\bar{x}_p)\right] \qquad (2.53)$$

Nästa steg är att välja passande basfunktioner. Ett populärt val är en kvadratisk approximation:

$$\phi = \left[1, x_1, ..., x_n, x_1^2, x_1, x_2, ..., x_1 x_n, ..., x_n^2\right]^T \qquad (2.54)$$

Vilken passande funktion som helst kan användas, t. ex. linjär eller elliptisk.

2.4.4 Hur skall beräkningspunkterna väljas?

På något sätt måste de beräkningspunkterna som ska analyseras väljas ut. I detta examensarbete används metoden D-optimal. Andra metoder för att välj ut dessa är t.ex. ”Koshal”, ”Latin Hypercube designs”, med flera [15]. Som bas för alla dessa metoder används metoden ”Factorial design”. Detta är ett l^n rutsystem, där l är antalet gitterpunkter i en dimension och n är antalet variabler.

2.3.4.1 D-optimal

Denna metod använder en delmängd av alla tänkbara beräkningspunkter som bas för att lösa

$$\max\left|\bar{X}^T \bar{X}\right| \qquad (2.55)$$

Delmängden väljs ofta från en ”l^n - factorial design” [15]. Olika antal beräkningspunkter samt oregelbundna former på designområdet kan användas. Beräkningspunkterna väljs vanligtvis ur ett delområde av designrymden, som antas innehålla ett optimum. Därefter löses det resulterande diskreta maximeringsproblemet.

2.4.5 Successiv responsytmetod (Successive Response Surface Method)

Syftet med successiv responsytmetod (härefter kommer förkortningen SRSM att användas) är att tillåta konvergens av lösningen till föreskriven tolerans.

SRSM använder ett intresseområde, en delmängd av designrymden, för att approximera ett optimum [15]. Variationsvidden, som definieras för varje variabel, bestämmer områdets initiella storlek. När det första optimat är beräknat skapas ett nytt intresseområde som är centrerat över detta. Intresseområdet kan både flyttas och minskas.

Startpunkten $\bar{x}^{(0)}$, även denna definieras i problemet, är placerad i mitten av det första intresseområdet [15]. Den övre och undre gränsen $\left(x_i^{rL,0}, x_i^{rU,0}\right)$ av den initiella delmängden beräknas med hjälp av initiala variationsvidden $r_i^{(0)}$ så att

$$x_i^{rL,0} = x_i^{(0)} - 0{,}5 r_i^{(0)} \tag{2.56}$$

och

$$x_i^{rU,0} = x_i^{(0)} + 0{,}5 r_i^{(0)} \quad i = 1,\dots,n \tag{2.57}$$

där n är antalet variabler.

Om variationsvidden ska minskas eller ej, till nästkommande iteration, beror på oscillationer i lösningen och noggrannheten av nuvarande optimum.

För att undersöka oscillationens natur införs en kontraktionsparameter γ. Denna bestäms beroende på om nuvarande och föregående optimum, $\bar{x}^{(k)}$ och $\bar{x}^{(k-1)}$, är placerade på samma eller motstående sida i intresseområdet. För att utvärdera detta bestäms en oscillationsindikator c i iteration k på följande sätt:

$$c_i^{(k)} = d_i^{(k)} d_i^{(k-1)} \tag{2.58}$$

där

$$d_i^{(k)} = \frac{2\Delta x_i^{(k)}}{r_i^{(k)}}\ ; \quad \Delta x_i^{(k)} = x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\ ; \quad d_i^{(k)} \in [-1;1] \tag{2.59}$$

Oscillationsindikatorn normaliseras till $\hat{c}$ där

$$\hat{c} = \sqrt{|c|}\, sign(c) \tag{2.60}$$

Kontraktionsparametern γ kan sedan beräknas enligt följande :

$$\gamma = \frac{\gamma_{pan}(1+\hat{c}) + \gamma_{osc}(1-\hat{c})}{2} \tag{2.61}$$

Parametern γ_{osc} som typiskt väljs till 0,5-0,7 representerar den krympning som krävs för att dämpa oscillationen, medan γ_{pan} representerar det rena förflyttningsfallet och därför typiskt väljs till ett.

Noggrannheten undersöks genom närheten mellan optimum för nuvarande iterationen och optimum för föregående iteration [15]. Ju närmre dessa är varandra desto snabbare kommer intresseområdet att minska i storlek. Om lösningen ligger på randen av området anses optimum ligga utanför intresseområdet. På grund av detta kommer det nya intresseområdet ej att minska i storlek utan enbart centreras över optimum, detta kallas panorering. Om den optimala punkten sammanfaller med föregående optimum kommer området att vara stationärt men istället minska i storlek, detta kallas zoomning. Både panorering och zoomning av området kan ske. Variationsvidden $r_i^{(k+1)}$ för det nya området i den (k+1):e iterationen beräknas med hjälp av

$$r_i^{(k+1)} = \lambda_i r_i^{(k)} \; ; \quad i = 1,...,n; \;\; k = 0,...,m \tag{2.62}$$

där

$$m = n : e \; iterationen$$

λ_i representerar kontraktionshastigheten för varje variabel. För att beräkna λ_i används $d_i^{(k)}$ tillsammans med en skalning enligt zoomparametern η och kontraktionsparametern γ.

$$\lambda_i = \eta + \left|d_i^{(k)}\right|(\gamma - \eta) \tag{2.63}$$

Detta måste göras för varje variabel.

Den nya variationsvidden är därmed uträknad.

2.4.6 Minsta kvadratmetoden

Minsta kvadratmetoden är en metod som används för att erhålla en kurvanpassning till t.ex. mätdata [15]. Det som söks är en funktion $f(x)$ som beskriver samband mellan olika mätdata. En ansats som beskriver $f(x)$:s utseende måste göras.

$$f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + ... + c_m x^m = \sum_{k=0}^{m} c_k x^k \tag{2.64}$$

För att hitta en optimal anpassning studeras ”felet”, d.v.s. avvikelserna mellan mätpunkterna, y_k, och kurvan i punkterna x_k. Följande differens fås:

$$f(x_k) - y_k \tag{2.65}$$

Om man summera alla N mätpunkters avstånd fås:

$$S = \sum_{l=1}^{N} (f(x_l) - y_l) = \sum_{l=1}^{N} \sum_{k=0}^{m} (c_k x^k - y_l) \tag{2.66}$$

S är alltså en funktion av c_k och x_k, där y_k är kända mätdata [16]. För att passa in kurvan optimalt söks nu de c_k där $S(c_k)$ är minimal. Detta fungerar dock inte då mätpunkter som ligger på varsin sida av kurvan tar ut varandra vid summeringen. Med hjälp av minsta kvadratmetoden kvadreras alla fel och på så sätt undviks problemet. Funktionen f sägs vara optimalt anpassad när summan

$$S = \sum_{k=1}^{N} (f(x_k) - y_k)^2 \tag{2.67}$$

antar sitt minsta värde.

3 Utförande

Detta kapitel beskriver hur arbetet har genomförts. Vad som har gjorts och hur det har fortskridit.

3.1 Litteraturstudier

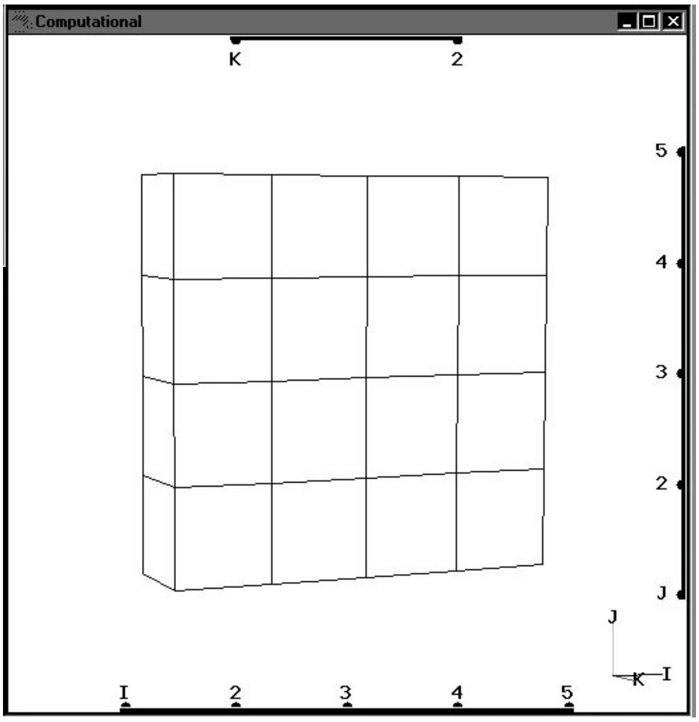
Arbetet började med litteraturstudier. Den största informationskällan var Internet. Andra användbara källor var t.ex. bibliotek och handledare. För att erhålla exakt information om geometri och krafter med mera studerades standarder. De som användes var ASTM D 2240-03, ASTM D 1415-88, ISO 48 samt ISO 7619, vilka redogör för hur provning enligt Shore och IRHD går till.

Studierna gjordes för att få kunskap om hur hårdhetstester går till men även för att ta reda på vilka tester som används mest på gummi och plaster. Studierna resulterade i att endast metoderna Shore och IRHD undersöktes då de ansågs vanligast.

3.2 Modellering

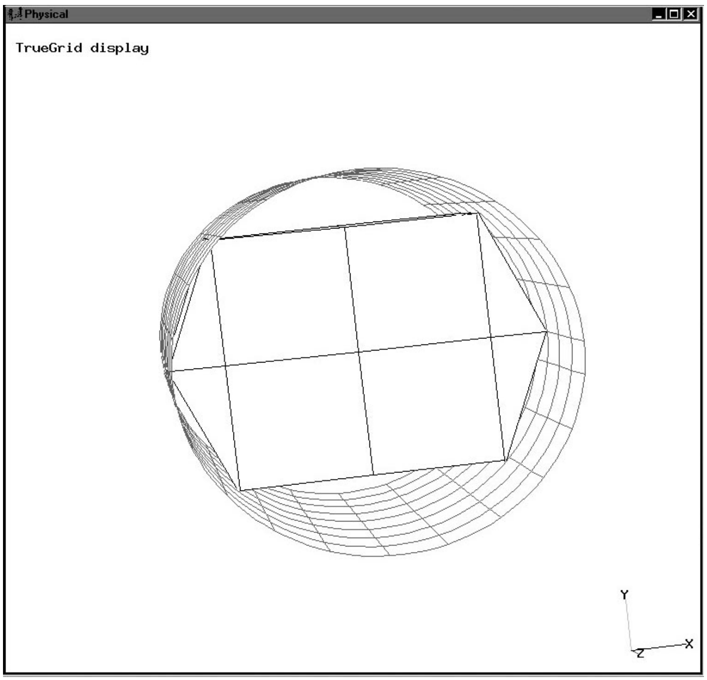
Först skapades modellerna i I-DEAS. Detta fungerade ej då elementindelningen av indentorerna ej blev till belåtenhet. Filerna importerades till modelleringsprogrammet Ingrid för att i detta program färdigställas. Ingrid visade sig vara ett svåröverskådligt program. Beslut togs om att skapa modellerna i TrueGrid. Detta program ansågs enklare att arbeta med då man lättare kunde överskåda det grafiskt. Nackdelen var att man ej kunde importera filer från I-DEAS. Av denna anledning var geometrin tvungen att modelleras om från början.

Modelleringen i TrueGrid går till enligt följande (även programmet Ingrid följer samma princip). Ett rätblock vilket är uppdelat med hjälp av index modelleras upp, se figur 3.1. Antalet index bestämmer även vad det finns för möjligheter att skapa olika geometrier.



Figur 3.1 – Rätblock uppdelat med hjälp av index i TrueGrid

Ytor, punkter eller linjer på detta rätblock projiceras på t.ex. sfärer, cylindrar med mera, se figur 3.2.



Figur 3.2 – Ett rätblocks två sidoytor projicerade på en cylinder i TrueGrid

När en kraft, ett tryck eller en förskjutning skall appliceras på en modell, skapas först en lastkurva. Denna beskriver kraft, tryck eller förskjutning som funktion av tiden. Därefter bestäms var denna storhet skall appliceras samt vilken skalfaktor och riktning den skall ha.

I både I-DEAS och i TrueGrid gjordes försök med kompletta tredimensionella modeller med åttanodiga solidelement.

3.2.1 3D-modellering

De tre metoderna skapades först som fullskaliga 3D-modeller, men gjordes om till kvartsmodeller på grund av symmetrin i provningsutrustningens geometri. Kontaktproblem mellan indentorn och materialet samt mellan foten och materialet uppstod. Vare sig fot eller indentor fick kontakt utan passerade genom materialet utan att göra någon inverkan på detta. Kontaktparametrar justerades, vilket ledde till kontakt. Kontakten representeras av fjäderelement mellan indentorns noder och ämnet. När kontaktparametrarna höjs ökar fjäderkonstanten för dessa element vilket leder till att fjädrarna blir styvare. Kontakten mellan fot och material löstes genom detta ingrepp, men kontakten mellan indentor och material var ej godtagbar då indentorn fortfarande rörde sig en bit in i materialet utan att deformera det.

3.2.2 2D-modellering IRHD H och IRHD N

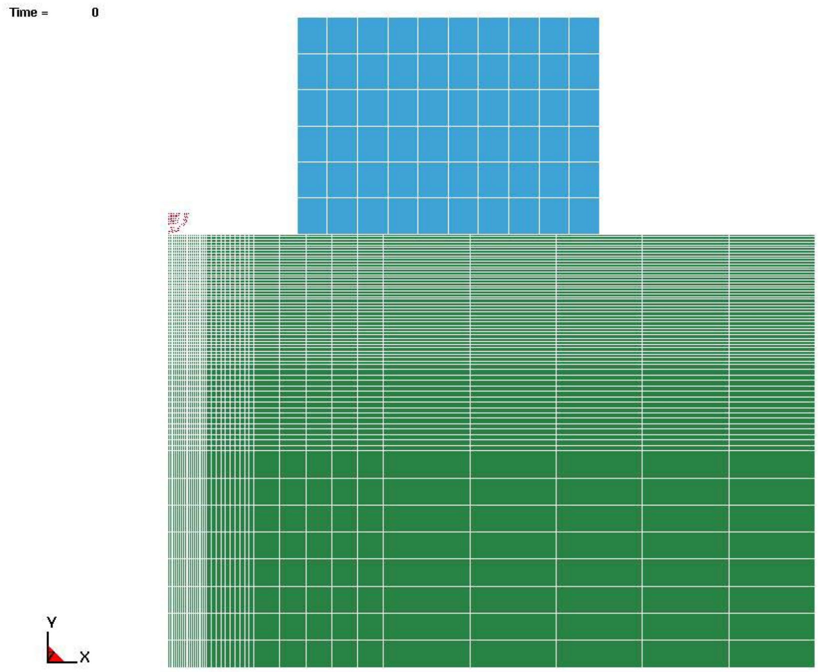
Den enkla geometrin i provuppsättningen medger användande av rotationssymmetri. 2D-modeller med axisymmetriska kontinumselement modellerades upp. Beräkningstiden minskade markant till följd av detta, samtidigt som kontaktproblemet avsevärt förenklas.

3.2.2.1 2D-modellering IRHD H och IRHD N

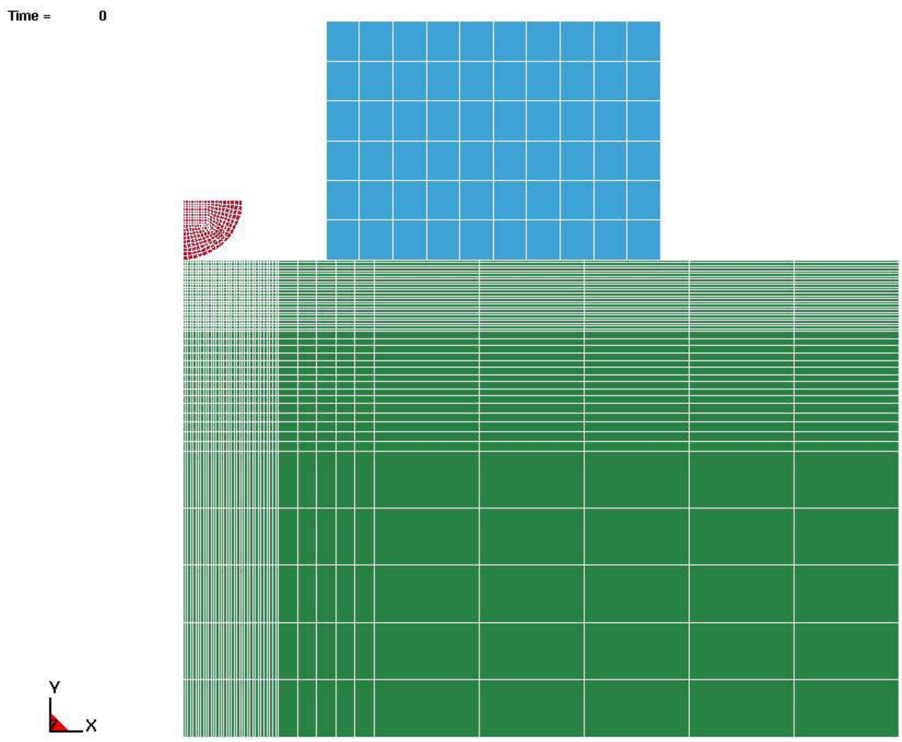
Ämnet modelleras som en cylinder. Måtten är tilltagna så att kraven enligt provningsstandarden skall klaras med marginal.

Foten är modellerad som en ihålig cylinder helt enlig standarderna. Foten skall vid provningen utsättas för en kraft. Denna läggs på den övre plana ytan.

Indentorn är modellerad som en halvsfär. Detta ansågs tillräckligt för att få ett bra avtryck då indentorn ej penetrerar materialet djupare än sfärens radie. Det enda som har varierats mellan de olika IRHD-modellerna är radien på indentorn. Kraften har lagts på den övre plana ytan på indentorerna. Figur 3.3 och figur 3.4 visar de kompletta modellerna.



Figur 3.3 – Axisymmetrisk modell IRHD H



Figur 3.4 – Axisymmetrisk modell IRHD N

Indentorn belastas först med en initialkraft och därefter med en huvudkraft. Dessa krafter finns representerade i en lastkurva.

Lasten på indentorn appliceras under en kortare tid än vad standarderna föreskriver. Detta eftersom beräkningarna annars skulle ta orimligt mycket tid. Förkortning av belastningstiden är möjlig då inga synliga förändringar av deformationen upptäcktes vid en beräkning då lasten applicerats under en lång tid. Det anses därför att en kortare simuleringstid ej kommer att påverka slutresultatet.

Då ämnet modelleras homogent, anses att endast en provningspunkt behöver simuleras. Inte tre eller fem punkter som standarden föreskriver.

Elementindelningen för IRHD-modellerna är finast precis under indentorn. Ju längre ifrån indentorn desto grövre blir elementindelningen.

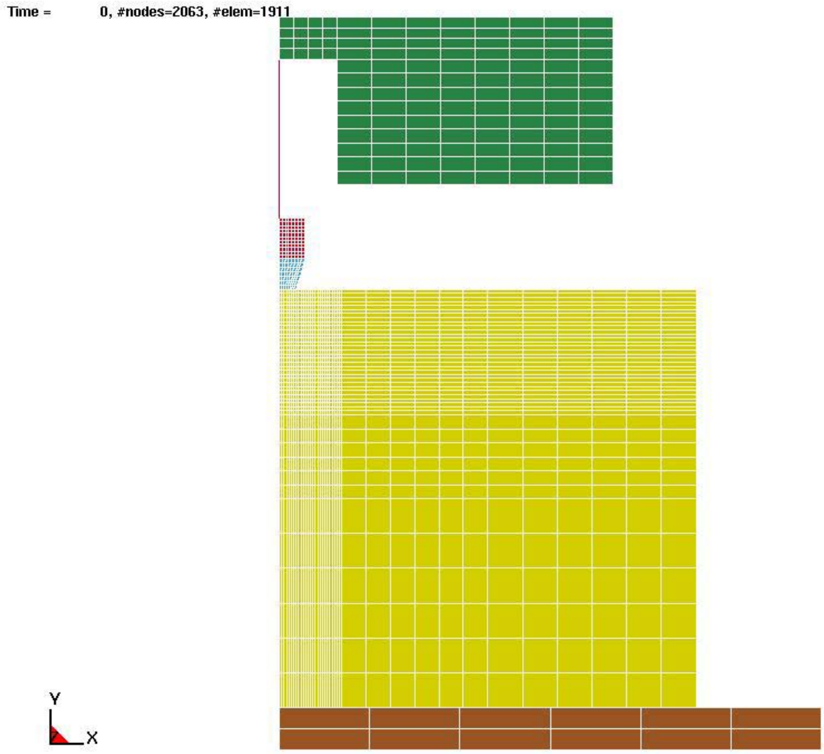
3.2.2.2 2D-modellering Shore A

Ämnet modelleras som en cylinder. Måtten är tilltagna så att kraven klaras med marginal.

Foten är modellerad som en cylinder med ett centrerat hål som ej löper genom hela foten, helt enlig standarden vilken beskrivs i kapitel 2.2.1.

Indentorn representeras av en stympad kon.

Mellan konen och foten har en fjäder modellerats, det är via fjädern kraften anbringas. Figur 3.5 beskriver modellen. Kraften uppkommer då en viss förskjutning av foten är föreskriven. Fjäderkraften är beroende av hur hårt materialet är, ju hårdare material desto större kraft. Detta beror på att fjäderkraften är proportionell mot fjäderns längdförändring. En liten del av kraften läggs dock direkt på indentorn. Detta för att åstadkomma en korrekt kraft enligt standard.



Figur 3.5 – Axisymmetrisk modell Shore A

Shoreindentorns stympade geometri skapade problem. Dåliga element vid indentorns skarpa hörn uppkom vid belastning. För att motverka detta användes kontrollkortet, ”*CONTROL_ADAPTIVE”, i LS-DYNA. Detta kontrollkort styr elementindelningen under beräkningsgången. Om elementens form ej är acceptabelt genereras ett nytt och bättre nät. Valet av parametrar i kortet bestämmer hur ofta detta kan ske samt hur stora elementen ska vara. Försök med att applicera denna funktion enbart på en mindre del av ämnet, precis under indentorn gjordes. Detta var ej genomförbart då LS-DYNA ej stödjer att endast ett mindre område väljs. Funktionen applicerades därför på hela ämnet. Till följd av detta ökade beräkningstiden markant, men beräkningsresultaten blev till belåtenhet.

Kontroll om resultaten var beroende av elementindelningen utfördes. Elementindelningen förfinades tills resultatet ej påverkades. Det vill säga när intrycksdjupet ej längre förändrades då elementen förfinades användes denna elementindelning för fortsatta analyser. Även kontroll huruvida resultaten var beroende av vilket FE-program som användes genomfördes. En modell analyserades i ABAQUS där inga betydande skillnader påvisades.

3.2.3 Randvillkor

Ämnets undre rand är låst i vertikal led, det vill säga i y-led på IRHD-modellerna. Övriga rander är fria. Varken fot eller indentor tilldelas några randvillkor. Det behövs ej eftersom axisymmetri utnyttjas.

Då elementindelningen på Shore-modellen genereras om flera gången under en beräkning, kan randvillkor ej knytas till dessa noder eftersom noderna numreras om varje gång en ny elementindelning sker. För att låsa Shore-modellens undre rand skapades en platta fungerande som ett undre stöd upp. Plattan låstes i alla led, även för rotation.

Fjädern tilldelas en fjäderkonstant för att få rätt beteende. Fjädern sträcker sig mellan en nod på indentorn och en nod på foten.

3.2.4 Material

För att beräkningarna skall vara genomförbara krävs att indentor, fot och ämne tilldelas varsin materialmodell. Dessa måste väljas med omsorg då de har stor betydelse för vilka beteenden de olika delarna skall påvisa.

Till foten och indentorn användes, för alla modeller, ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” vilken är en materialmodell tillämpad i LS-DYNA. Denna modell beskriver ett isotropiskt och kinematiskt plastiskt hårdnande enligt modellen i kapitel 2.3.1 [14]. Lämplig för kompositer, metaller och plaster. Ingående parametrar för denna modell är densitet, elasticitetsmodul, Poissons tal, sträckgräns, tangentmodul och hårdnandeparameter.

Materialdata för härdat stål, SS 1425534-5, användes som indata för indentorn och foten.

Den platta vilken fungerar som ett underliggande stöd för Shore A-modellen tilldelades även materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”. Härdat stål användes som materialdata för att undvika deformation av plattan. Alternativt kunde en stenvägg eller materialmodellen ”*MAT_RIGID” användas.

Ämnet tilldelades materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”. Denna materialmodell beskriver ett gummilikt beteende enligt modellen i kapitel 2.3.2. Indata till denna modell är densitet, Poissons tal samt två ytterligare materialparametrar A och B, eller en dragprovskurva med tillhörande data beskrivande provningsbitens geometri. Materialparametrarna A och B är kopplade till dragprovskurvan samt dess geometri. Då dessa parametrar endast används i LS-DYNA går dessa inte att finna i några datablad. För verifiering av materialmodellen behövs alltså hårdheten för ett visst A och ett visst B, alternativt en dragprovkurva för ett material med känd hårdhet och given provbitsgeometri. Författarna kunde ej hitta något av dessa alternativ och verifiering av modellen kunde därför ej ske.

Materialmodellen kunde ej lösas implicit. Istället löstes problemen explicit, vilket medförde att beräkningstiden ökades ytterligare. Beräkningstiden för implicit lösning uppgick till några sekunder medan den explicita beräkningstiden uppgick till närmare en timme. För att minska beräkningstiden masskalades modellerna mellan 5-10 procent. Detta medförde en beräkningstid på 30-40 minuter.

Egenvärdena bestämmer minsta tidssteg. Genom att minska dessa kan tidssteget ökas. Då egenvärdena är proportionella mot $\sqrt{\frac{1}{[m]}}$ kan egenvärdet sänkas genom en ökning av massan. Masskalning innebär att extra massa läggs på kritiska element för att öka tidssteget, vilket leder till kortare beräkningstid. Masskalning bör ske med försiktighet. Massa appliceras på noder och om dessa noder sätts i rörelse ökar rörelseenergin mer än om ingen masskalning används. Detta leder till att rörelsen blir svår att kontrollera, vilket kan vara icke önskvärt vid vissa typer av beräkningar.

3.3 Optimering

Optimeringen inleds med att ett problem ställs upp i LS-OPT.

Problemet består i att erhålla värden på materialparametrar för en viss hårdhet där hårdheten är kopplad till intrycksdjupet.

Målfunktionen är att minimera skillnaden mellan intrycksdjupet för önskad hårdhet och det beräknade intrycksdjup enligt ekvation (2.41). I optimeringsproblemet motsvaras hårdheten av ett djup då Shore A undersöks. Vid de båda IRHD-metoderna används istället ett uttryck bestående av djup vid två olika tillfällen, då initialkraften har anbringats samt då hela kraften belastar ämnet.

$$D = (D2 - D1) \text{ för IRHD-modellerna} \qquad (3.1)$$

$$D = D3 \text{ för Shore A-modellen} \qquad (3.2)$$

D1, D2 och D3 motsvarar den vertikala förskjutningen av en nod på indentorn. Randvillkor måste formuleras så att skjuvmodulen ej blir negativ.

$$G = C = 2 \cdot (A + B) \qquad (3.3)$$

där

$$C \geq 2 \tag{3.4}$$

C motsvarar skjuvmodulen *G* i kapitel 2.3.2

I detta problem är materialparametrarna A och B vilka är två av de parametrar som materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” tar som indata. Det är dessa parametrar som används som variabler i optimeringsproblemet. Den valda materialmodellen kräver att skjuvmodulen är större än eller lika med noll.

Vid optimering mot låga hårdheter där bivillkor (4.4) används kan motståndet i materialet bli för litet och beräkningen kollapsar. Därför valdes att skjuvmodulen alltid skulle överstiga två MPa. Skjuvmodul nära noll ger ett relativt instabilt material.

Arbetet går till enligt följande. Materialparametervärden byts ut mot variabler.

För Shore representeras hårdheten av förskjutningen av en nod tillhörande indentorn. Detta är möjligt då indentorn ej deformeras. Noden är placerad längst ned på indentorn, det är den nod som hela tiden är i kontakt med ämnet. För IRHD-hårdhet, representeras hårdheten av en skillnad mellan nodens förskjutning vid två olika belastningsfall.

Optimeringsfasen inleds med att den lösare som skall användas väljs, i detta fall används ls970_dp som är en version av LS-DYNA med dubbel precision. Därefter väljs indatafil där de variabler som skall optimeras fram finns inskrivna. Startvärde, minvärde, maxvärde samt variationsvidd, som förklaras i kapitel 2.4.5, skall även väljas. Detta görs under fliken ”Variables”.

Härnäst bestäms vilken metamodell som ska användas, i detta fall används ”polynomial responses surface method”, RSM, vilken är en standardmodell [15]. Val av approximationsgrad sker därefter. Exempel på approximationsgrader som finns att tillgå är linjär, elliptisk och kvadratisk. I LS-OPT 2003 course notes hittades ett exempel vars problemställning var lik författarnas. I detta exempel användes approximationsgraden elliptisk. Då exemplets och författarnas problemställning var relativt lika valdes approximationsgrad ellipisk.

D-optimal är den metod som rekommenderas i manualen för att bestämma beräkningspunkter för en responsyta. Det är också den som används. Används istället någon av metamodellerna ”Neural Net” eller ”Kriging” rekommenderas att punktplanen ”Space Filling” används. D-optimal används för att välja de optimala punkterna för en responsyta ur en större grupp punkter.

Under fliken ”Responses” ställs huvuddelen av problemet upp. ”NODOUT” används i detta fall för att erhålla förskjutningen i y-led för en viss nod. I ”Responses” ställs även randvillkorets uttryck upp. Vid IRHD-optimeringen finns även ett uttryck som beskriver skillnaden mellan förskjutningen vid två olika belastningsfall. Målfunktionen ställs också upp och målet är att komma så nära den föreskrivna förskjutningen som möjligt.

Under ”Constraints” ställs randvillkoren upp. En övre och undre gräns kan här väljas för de olika uttrycken och funktionerna givna i ”Responses”.

När hela problemet är definierat startas optimeringen, först bestäms dock hur många iterationer som skall genomföras. Hur många som behövs beror på hur långt ifrån den optimala lösningen startvärdena för variablerna ligger, samt hur stor variationsvidden är. Om variationsvidden är stor fås en snabb lösning. Optimeringen behöver då ej så många iterationer, men lösningen kan vara långt ifrån optimal.

För varje provningstyp görs optimeringen för flera olika hårdheter genom att ändra målet för djupet mellan de olika beräkningarna. De olika djupen väljs så att ett bra spektra över hela skalan erhålls. Optimeringen av Shore A-modellen visade sig vara väldigt tidskrävande. Beräkningstiden uppskattades till ca åtta dygn. På grund av den långa beräkningstiden beslutades att endast en optimering mot ett intrycksdjup skulle genomföras. Därmed kunde inget generellt samband mellan materialparametrarna och hårdheten för Shore A tas fram.

3.3.1 Val av startvärden och variationsvidd

Då parametrarna A och B var helt okända för författarna, krävdes det vägledning för att hitta rimliga värden på dessa. I LS-OPT 2003 course notes hittades ett liknande exempel vars startvärden användes. Även lämplig variationsvidd valdes utifrån detta exempel.

Olika hårdheter optimerades i fallande eller stigande ordning. Tack vare detta kunde de senaste framtagna värdena på A och B användas som startvärden till nästkommande optimering.

3.3.2 Problem och korrigering vid optimeringen

För att optimeringen skall kunna fortlöpa för alla grader av hårdhet måste ibland indatafilen justeras då hårdheten ökar respektive minskar. ”Hourglass”-koefficienten QM, vilken korrigerar elementen med krafter så att de ej blir felaktigt deformerade, är den parameter som justeras. Hur stor denna parameter ska vara beror på graden av deformation. Vid hårda material, små deformationer, kan parametern behövas sänkas och vid mjukare material, stora deformationer, kan den behöva höjas. Om QM-parametern ändras måste även masskalningen justeras.

En kontroll av hur entydiga resultat optimeringen gav genomfördes. Tidigare optimering utfördes ännu en gång, dock med andra startvärden på parametrarna A och B. Om resultaten var likvärdiga för de båda optimeringarna ansågs det rimligt att anta att även resterande resultat var entydiga.

3.4 Val av ny materialmodell

Ny materialmodell, ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”, valdes för att erhålla mer jämförbara parametrar. Denna materialmodell kan tillämpas på plaster men ej på gummin. Känd materialdata för plast, Borecene Compact RM8403, fanns att tillgå, vilket medför att verifiering kunde ske. Lämpliga metoder för simulering av denna materialmodell var IRHD H och Shore A.

Den nya materialmodellen kan simuleras implicit vilket medför att simuleringstiden förkortas markant. Tidsåtgången för en analys ligger mellan 15-20 sekunder.

Efter kontrollering av modellens duglighet inleddes optimering. Variabler vid optimeringen var elasticitetsmodul och sträckgräns. Genom studier av böcker om plaster samt datablad för plaster bestämdes att sträckgränsen skulle varieras mellan 15-200 MPa och att elasticitetsmodulen skulle varieras mellan 200-3000 MPa. Tangentmodulen formulerades så att den alltid erhöll ett värde på 20 procent av elasticitetsmodulen. Detta för att efterlikna en plasts beteende.

Vid verifiering användes databladet för materialet Borecene Compact RM8406. Materialdata för detta ämne kan ses i tabell 3.1.

Tabell 3.1 Materialdata för Borecene Compact RM8406 [17]

Materialdata	
Densitet [kg/m^3]	940
Sträckgräns [MPa]	20
Elasticitetsmodul [MPa]	750
Hårdhet, Shore D [°]	57

För översättning av Shore D till IRHD H användes figur 2.6 och figur 2.7. 57° Shore D motsvara ca 97,5° Shore A vilket i sin tur motsvarar ca 97,5° IRHD H. Översättningen är ungefärlig då figur 2.6 gäller för gummi. Vid styvare material blir avvikelsen oftast större.

Verifieringen gav god överensstämmelse för både IRHD H och Shore A. Fler detaljer ges i kapitel sex.

3.5 Framtagning av samband mellan materialparametrar och hårdhet

För att erhålla ett samband mellan hårdheten och materialparametrarna, kurvanpassades resultaten ifrån optimeringarna med hjälp av minsta kvadratmetoden. Till hjälp för att utföra dessa beräkningar användes MATLAB.

Vid användandet av materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” togs uttryck fram som beskriver A och B:s förhållande till hårdheten. Även skjuvmodulen C:s relation till hårdheten undersöktes.

När materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” användes togs uttryck fram som beskriver elasticitetsmodulens respektive sträckgränsens förhållande till hårdheten.

Flera olika kurvanpassningar med olika approximationsgrader studerades och jämfördes, därefter valdes den som författarna tyckte passade beräkningspunkterna bäst. En residualgraf generades därefter för att kontrollera att felen ej var orimligt stora.

4 Programvaror

I detta kapitel beskrivs de olika programvaror som använts.

I-DEAS
Kommersiellt CAD- och FE-modelleringsprogram, innehåller även FE-lösare [18].

Ingrid
En pre-processor, där geometri och elementindelning skapas för kommande FE-beräkningar [19]. Elementindelningen bildas i samband med att man skapar en geometri, i och med detta fås ett funktionellt nät.

TrueGrid
Även TrueGrid är en pre-processor. Detta program är på många sätt väldigt likt Ingrid, skillnaden är att TrueGrid är mer grafiskt. Geometrin är synlig medan den skapas [20].

LS-DYNA
FE-program för avancerade statiska och dynamiska analyser. Alla beräkningar är baserade på tid, uträkningen fortlöper genom att tidssteg för tidssteg beräknas [13]. Elementindelning för beräkningar kan skapas i t.ex. Ingrid eller TrueGrid.

ABAQUS
Kommersiellt FE-program för linjära och icke-linjära analyser [21].

LS-OPT
Programvara som används för designoptimering och statisk analys [15]. Följande kan genomföras med hjälp av LS-OPT: Designoptimering, statistisk känslighetsanalys, variationsanalys, robust designoptimering och probabilistisk designoptimering.

LS-OPT måste ha stöd från ett FE-program för att kunna utföra beräkningar, i detta examensarbete används programmet LS-DYNA.

MATLAB
MATLAB är ett matematiskt beräkningsprogram som kombinerar numerisk beräkning, avancerad grafik och visualisering [22].

5 Resultat

I detta kapitel redovisas de resultat som har erhållits.

5.1 IRHD N, analys med ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”

I tabell 5.1 redovisas resultaten från optimeringarna.

Tabell 5.1 Värden erhållna från optimeringarna av IRHD N

	Slutvärden			Expression	Target	Hårdhet
Nr	**A**	**B**	**C**	**[mm]**	**[mm]**	**[°]**
1	13,52	4,52	36,09	-0,2791	-0,28	85,7
2	9,21	0,56	19,54	-0,4286	-0,43	75,2
3	5,43	0,97	12,78	-0,5790	-0,58	66,6
4	-1,52	5,59	8,14	-0,7341	-0,73	59,2
5	-3,36	6,28	5,85	-0,8816	-0,88	53,0
6	-3,98	6,14	4,32	-1,0339	-1,03	47,8
7	-6,41	7,89	2,97	-1,1802	-1,18	43,3
8	-4,93	6,20	2,53	-1,3269	-1,33	39,4
9	-3,26	4,41	2,31	-1,4772	-1,48	36,0
10	-2,32	3,36	2,07	-1,6278	-1,63	33,0

Kolumnen ”Expressions” i tabell 5.1 beskriver det erhållna värdet på ekvation (4.1) vid varje optimering.

Med hjälp av MATLAB erhölls följande uttryck:

$$A = 80{,}6192 - 4{,}7302H + 0{,}080902H^2 - 0{,}00040658H^3 \qquad (5.1)$$

$$B = -89{,}9688 + 5{,}3989H - 0{,}096005H^2 + 0{,}00053509H^3 \qquad (5.2)$$

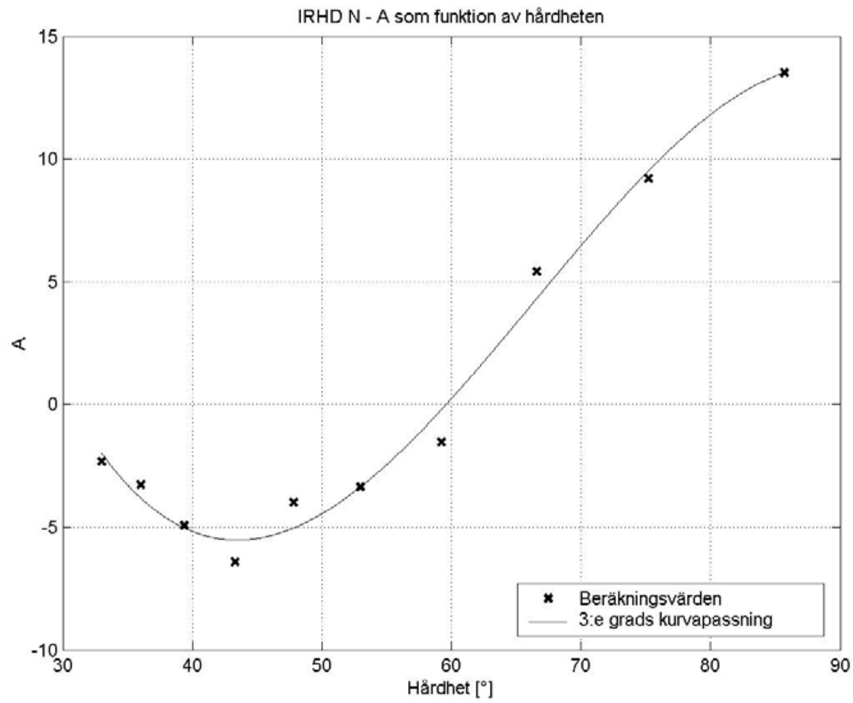
$$C = -18{,}703 + 1{,}3375H - 0{,}030209H^2 + 0{,}00025704H^3 \qquad (5.3)$$

där

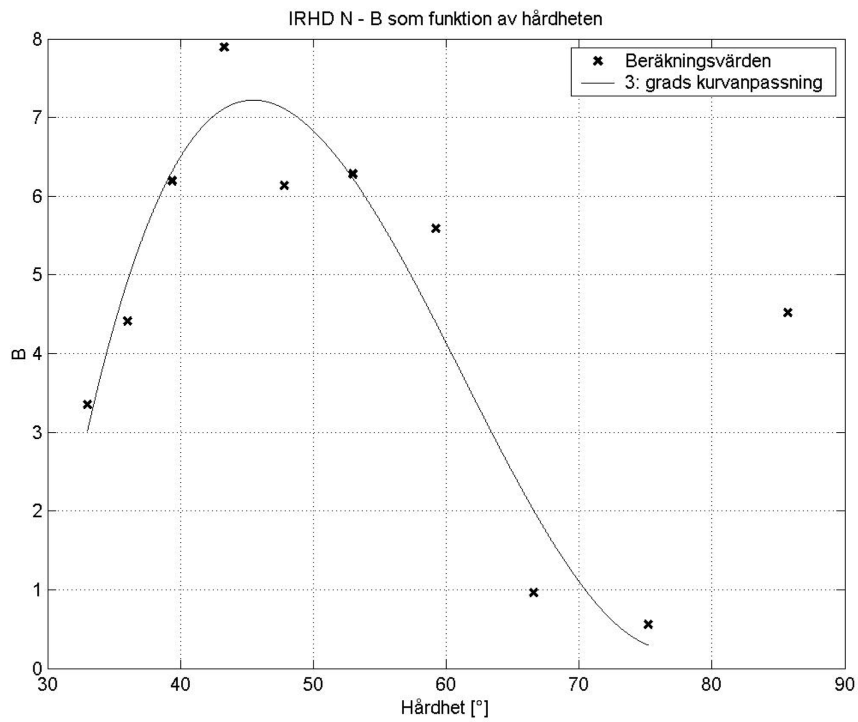
$$H = \textit{hårdheten}\ [°]$$

Funktionernas utseende i förhållande till beräkningsvärdena kan ses i figur 5.1 till figur 5.3. Den sista punktens riktighet i figur 5.2 ifrågasattes och uteslöts vid kurvanpassningen. Ekvation (5.2) blev då:

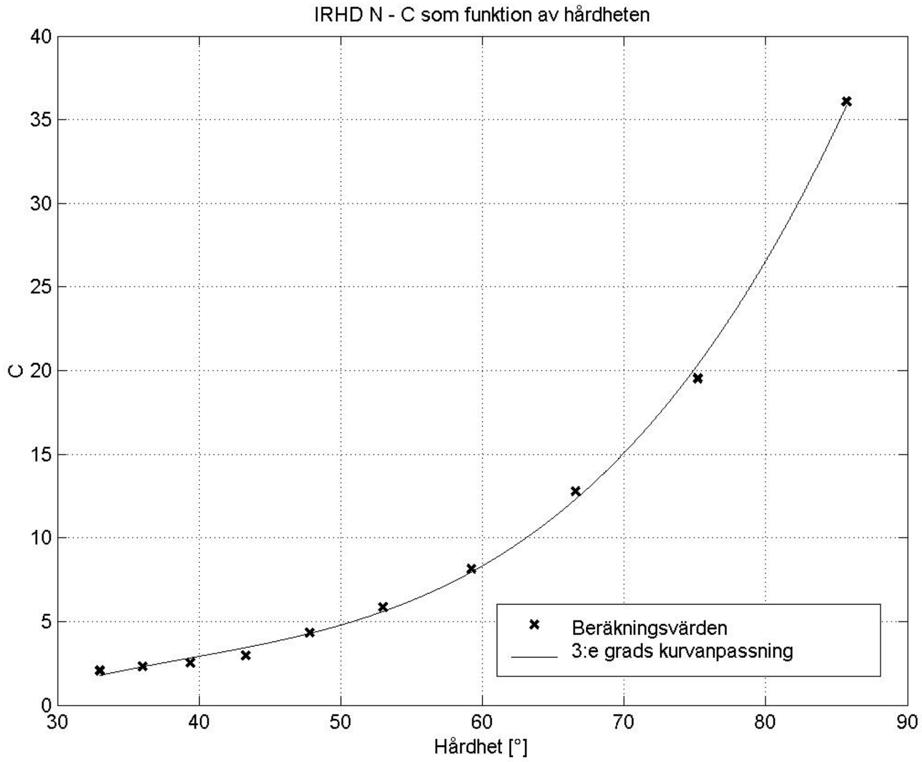
$$B = -79{,}315 + 4{,}7373H - 0{,}082842H^2 + 0{,}00045112H^3 \qquad (5.4)$$



Figur 5.1 – Kurvanpassning av parameter A, IRHD N



Figur 5.2 – Kurvanpassning av parameter B, IRHD N



Figur 5.3 – Kurvanpassning av parameter C, IRHD N

Residualgraferna redovisade i bilaga G, figur G.1 till figur G.3, bekräftar att ett tredjegradspolynom kan användas för kurvanpassning av parametrarna A, B och C.

*5.2 IRHD H, analys med "*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER"*

I tabell 5.2 redovisas resultaten från optimeringarna.

Tabell 5.2 Värden erhållna från optimeringarna av IRHD H

	Slutvärden			Expression	Target	Hårdhet
Nr	**A**	**B**	**C**	**[mm]**	**[mm]**	**[°]**
1	17,18	0,31	34,98	-0,4425	-0,44	84,8
2	23,26	-2,24	42,05	-0,3895	-0,39	87,0
3	25,34	-0,31	50,07	-0,3403	-0,34	89,3
4	23,88	6,17	60,09	-0,2899	-0,29	91,6
5	32,02	7,31	78,65	-0,2399	-0,24	93,8
6	40,32	14,49	109,63	-0,1899	-0,19	95,8
7	51,65	33,40	170,10	-0,1400	-0,14	97,6
8	89,50	75,15	329,29	-0,0899	-0,09	99,1
9	280,45	253,47	1067,83	-0,0400	-0,04	99,9

Den sista punktens riktighet i tabell 5.2 ifrågasattes och uteslöts vid kurvanpassningarna då dess värden var mycket högre än de övriga punkternas. Från de erhållna värdena togs följande uttryck fram med hjälp av MATLAB:

$$\log A = -450{,}8788 + 15{,}0135H - 0{,}1663H^2 + 0{,}0006H^3 \qquad (5.5)$$

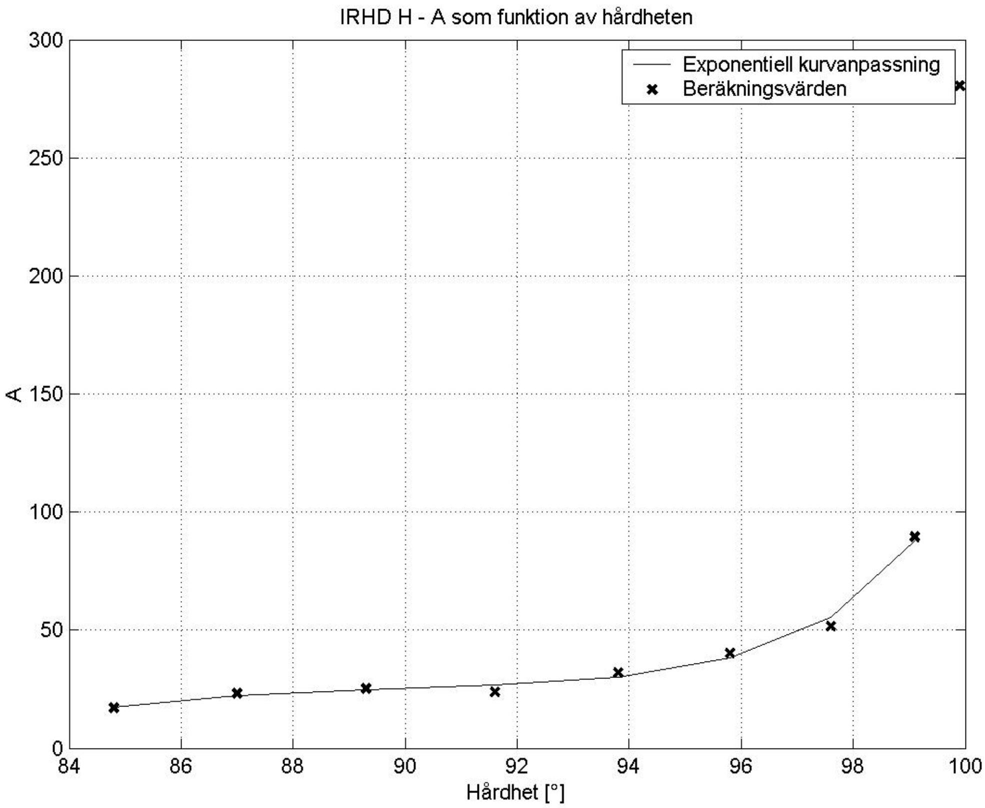
$$\log B = -15{,}3017 + 0{,}1892H - 0{,}0002H^2 \qquad (5.6)$$

$$\log C = -374{,}0182 + 12{,}5988H - 0{,}1411H^2 + 0{,}0005H^3 \qquad (5.7)$$

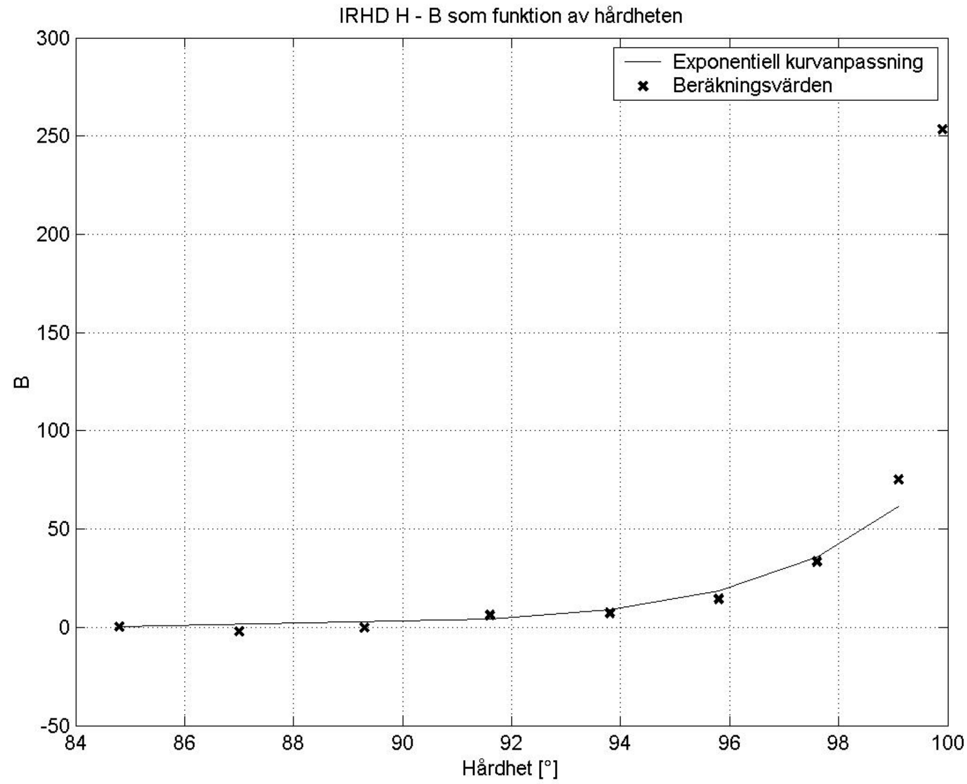
där

$$H = hårdhet\ [^\circ]$$

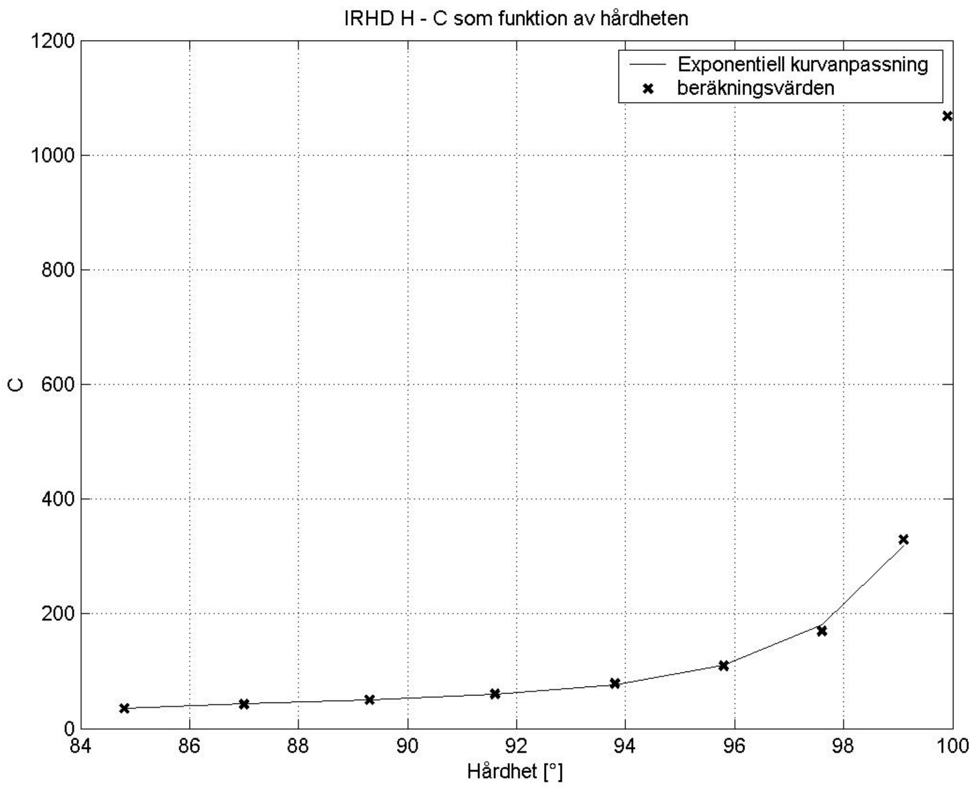
Funktionernas utseende i förhållande till beräkningsvärdena kan ses i figur 5.4 till figur 5.6.



Figur 5.4 - Kurvanpassning av parametern A, IRHD H



Figur 5.5 - Kurvanpassning av parametern B, IRHD H



Figur 5.6 - Kurvanpassning av parametern C, IRHD H

Residualgraferna till kurvanpassningarna av parametrarna A, B och C kan ses i bilaga G figur G.4 till figur G.6. Dessa bekräftar att kurvanpassningar ger en bra lösning.

*5.3 IRHD H, analys med ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”*

I tabell 5.3 redovisas resultaten från optimeringarna.

Tabell 5.3 Värden erhållna från optimeringarna av IRHD H

	Slutvärden		Target	Expression	Hårdhet
Nr	**E [MPa]**	**σ_s [MPa]**	**[mm]**	**[mm]**	**[°]**
1	1229,77	68,27	-0,09	-0,0899	99,1
2	937,72	38,86	-0,12	-0,1200	98,3
3	782,02	23,73	-0,15	-0,1499	97,3
4	613,66	18,79	-0,18	-0,1800	96,2
5	482,03	17,86	-0,21	-0,2099	95,0
6	391,67	16,47	-0,24	-0,2400	93,8
7	296,16	16,73	-0,28	-0,2803	92,0
8	253,99	18,17	-0,30	-0,2997	91,1

Den sista punktens riktighet för σ_s i tabell 5.3 ifrågasattes och uteslöts vid kurvanpassningen. Från de erhållna värdena togs följande uttryck fram med hjälp av MATLAB.

$$E = 1{,}2782 \cdot 10^5 - 2789{,}9H + 15{,}256H^2 \tag{5.8}$$

$$\log \sigma_s = 1{,}2820 + 0{,}1559x + 0{,}2288x^2 + 0{,}0932x^3 \tag{5.9}$$

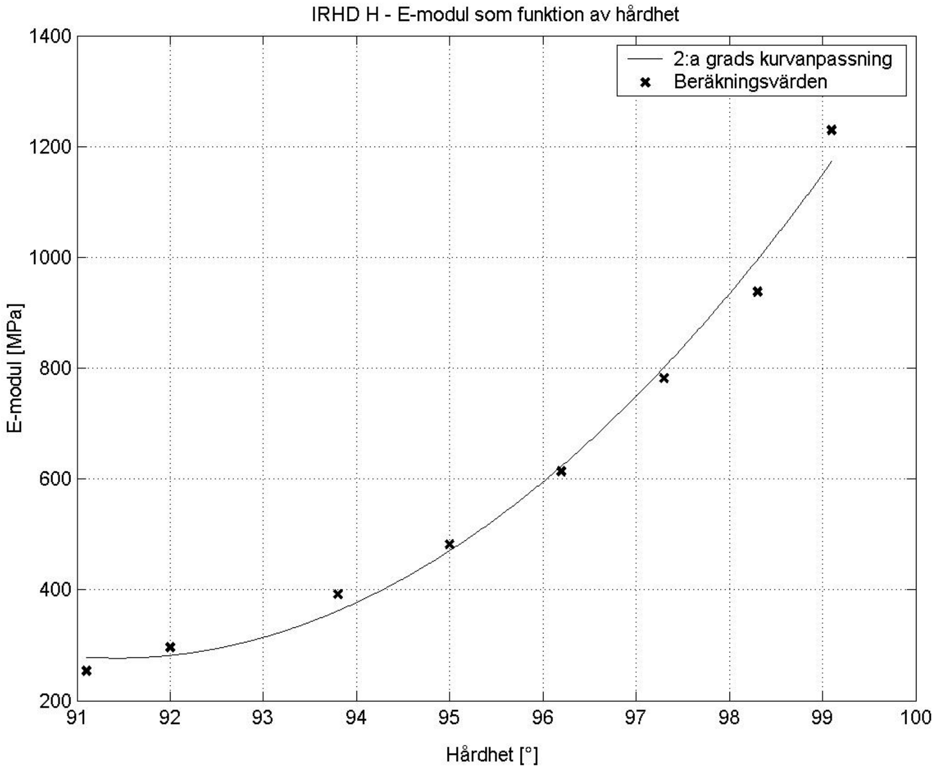
där

$$x = \frac{H - 96{,}3267}{2{,}5701} \tag{5.10}$$

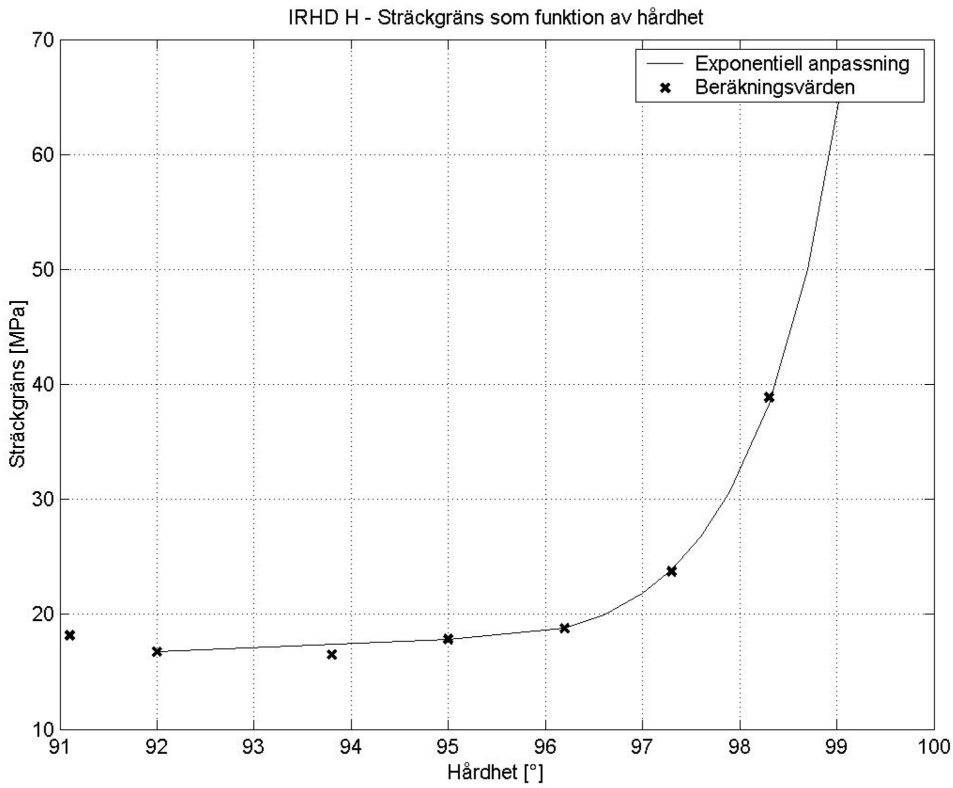
och

$$H = hårdheten\ [°]$$

Funktionernas utseende samt beräkningsvärdena ses i figur 5.7 och figur 5.8.



Figur 5.7 - Kurvanpassning av elasticitetsmodulen, IRHD H



Figur 5.8 - Kurvanpassning av sträckgränsen, IRHD H

Residualgraferna till kurvanpassningarna kan ses i bilaga G, figur G.7 och figur G.8.

*5.4 Shore A, analys med ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”*

På grund av lång beräkningstid genomfördes endast en optimering av Shore A. Resultatet från denna optimering presenteras i tabell 5.4.

Tabell 5.4 – Värden erhållna från optimering av Shore A

	Slutvärden			Target	Expression	Hårdhet
Nr	A	B	C	[mm]	[mm]	[°]
1	-32,9	37,9	9,999	-0,100	-0,099	96

”Expression” beskriver det erhållna djupet.

*5.5 Shore A, analys med ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”*

Materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” användes även för simulering av Shore A. De erhållna resultaten visas i tabell 5.5

Tabell 5.5 – Värden erhållna från optimering av Shore A

	Slutvärden		Target	Expression	Hårdhet
Nr	E [MPa]	σ_s [MPa]	[mm]	[mm]	[°]
1	494,49	17,48	-0,125	-0,1250	95
2	569,72	21,65	-0,100	-0,1007	96
3	760,24	23,09	-0,075	-0,0750	97
4	1026,00	31,43	-0,050	-0,0500	98
5	2041,75	33,80	-0,025	-0,0250	99

Då endast ett fåtal av de högsta hårdheterna simulerades ansågs det ej lämpligt att ta fram samband mellan dessa hårdheter och materialparametrar.

*5.6 Verifiering av resultat, ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”*

Då materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” används i metoden kan verifiering ske eftersom givna materialdata för en hård plast finns att tillgå. I dessa fall stämmer resultaten bra med givna materialdata Optimering nummer tre i tabell 5.3 jämförs med givna materialdata i tabell 4.1. Liknande jämförelse mellan optimering tre i tabell 5.5 och tabell 4.1 genomfördes. Materialet i tabell 4.1 har en hårdhet på 57° Shore D vilket motsvarar ca 97,5° IRHD H och 97,5° Shore A. I tabell 5.6 sammanställs resultaten.

Tabell 5.6 – Verifiering av materialmodell ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” mot plasten Borecene Compact RM8406

	Borecene Compact RM8406	IRHD H	Shore A
Hårdhet [°]	Shore D: 57	97,3	97
E-modul [MPa]	750	782	760
Sträckgräns [MPa]	20	23,7	23,1

Jämförelsevis stämmer dessa värden relativt bra överens.

5.7 Verifiering av resultatens entydighet

Tabell 5.7 och tabell 5.8 visar skillnaderna i resultatet då startvärdena har ändrats för optimering av samma hårdhet.

Tabell 5.7 – Verifiering av slutvärden där startvärden ändrats, IRHD H

	Startvärden		Target	Slutvärden			Expression	Hårdhet
Nr	**A**	**B**	**[mm]**	**A**	**B**	**C**	**[mm]**	**[°]**
2	22,40	-3,50	-0,39	23,2611	-2,23754	42,047	-0,389492	87
2A	10	-1	-0,39	19.0094	1,2475	40,5137	-0,390286	87
2B	15	5	-0,39	14,4674	5,18477	39,3044	-0,389453	87
4	23,34	-0,311	-0,29	23,8758	6,17128	60,094	-0,289925	91,6
4A	15	5	-0,29	17,4599	11,6484	58,2168	-0,289469	91,6

Tabell 5.8 – Verifiering av slutvärden där startvärden ändrats, IRHD H

	Startvärden		Target	Slutvärden		Expression	Hårdhet
Nr	**E [MPa]**	**σ_s [MPa]**	**[mm]**	**E [MPa]**	**σ_s [MPa]**	**[mm]**	**[°]**
3	750	20	-0,15	782,019	23,7279	-0,149915	97,3
3A	900	30	-0,15	856,126	19,7637	-0,149994	97,3
3B	600	15	-0,15	699,695	29,1795	-0,149998	97,3

Parametrarna A och B antar olika värden beroende på hur startvärdena väljs. Bivillkoret C varierar relativ lite. Även vid användandet av materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” antar parametrarna olika värden beroende på hur startvärdena väljs.

I tabell 5.9 redovisas skillnaderna i resultatet då antalet iterationer ändrats för optimering av samma hårdhet.

Tabell 5.9 – Verifiering av slutvärden då antalet iterationer ändrats, IRHD N

		Target	Slutvärden			Expression	Hårdhet
Nr	**Iterationer**	**[mm]**	**A**	**B**	**C**	**[mm]**	**[°]**
10	8	-1,18	-6,41415	7,90576	2,983	-1,17799	43,3
10B	9	-1,18	-6,40742	7,89376	2,973	-1,18016	43,3

Då antalet iterationer ökas, ökar målfunktionens noggrannhet. Inga betydande skillnader på slutvärdena erhålls.

6 Diskussion

Detta kapitel innehåller diskussion angående resultaten. För- och nackdelar med denna metod samt felkällor tas upp.

Resultaten visar att det med denna metod går att erhålla samband mellan hårdhet och materialparametrar för polymermaterial. Dock finns det flera olika kombinationer av värden på parametrarna som kan ge samma hårdhet. Optimeringarna har alltså flera lösningar.

Vid användande av materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” påvisas ett samband mellan hårdheten och bivillkoret C. Detta samband är relativt entydigt. Sambandet mellan C och hårdheten ger en vägledning för hur A och B skall väljas för att uppnå en viss hårdhet.

Då antalet iterationer ökas erhålls bättre lösning för målfunktionen.

Då ingen av materialmodellerna kan behandla viskoelasticitet tas ingen hänsyn till detta beteende. En praktisk provning pågår under en relativt kort tidsperiod där inga eller mycket små viskoelastiska deformationer uppkommer. Vid simulering av polymermaterial vid långa tidsförlopp bör dock hänsyn till viskoelastiska beteenden tas.

Ämnets beteende skiljer sig åt vid användandet av de olika materialmodellerna. Vid användandet av ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” plasticeras materialet vid simulering av en provning. Detta sker ej då materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” används eftersom denna beskriver enbart ett gummimaterial. Det är viktigt att resultat från simulering med rätt materialmodell används. Om parametrar för en plast skall erhålls måste resultat från simulering med materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” användas. På samma sätt måste resultat från simuleringen med materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” användas för gummi.

Materialet antas vara homogent. Det behöver ej vara så i verkligheten. Materialet kan t.ex. vara åldrat eller erhållit olika egenskaper i olika delar till följd av tillverkningsmetoden. T.ex. då materialet snabbt kyls från smält till fast fas. Nedkylningen leder till att dragspänningar uppkommer i ytskikten eftersom dessa drar ihop sig mer än de inre delarna. Tryckspänningar uppstår i de inre delarna. När de inre delarna svalnar vill även dessa dra ihop sig. Detta motverkas av det redan stela ytskiktet och resulterar i att spänningarna ändrar tecken. Det kommer alltså att finnas stora tryckspänningar i ytskiktet och mindre dragspänningar inuti materialet. Olika egenskaper i olika delar av materialet skulle kunna ge olika värden på materialparametrarna vid olika belastningsfall.

Ingen hänsyn till friktion har tagits. Friktion mellan indentor och material kan påverka resultatet. Författarna tror dock att denna påverkan skulle vara ytterst liten då indentorytans rörelse i förhållande till ämnets yta är relativt liten.

De i resultaten redovisade uttrycken, vilka beskriver samband mellan materialparametrarna och hårdheten, innehåller avrundningsfel. Om dessa samband används för beräkning av materialparametrar erhålls relativt stora skillnader jämfört med om graferna används. Betydligt fler värdesiffror hade behövt redovisas i ekvationerna (5.1) till (5.10) om uttrycken skulle kunna användas med belåtenhet. Därför bör graferna användas för att få mer noggranna värden på materialparametrarna.

För kontroll av resultaten, erhållna från materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”, vore genomförande av praktiska prover önskvärt. T.ex. skulle ett dragprov kunna genomföras på ett polymermaterial med en given hårdhet. Därefter simuleras dragprovet med de, utifrån den givna hårdheten, framtagna materialparametrarna A och B i LS-DYNA. Resultat från analys och praktisk provning jämförs. Om dessa överensstämmer för flera olika hårdheter kan metoden anses pålitlig.

Enligt figur 2.6 skall material med hög hårdhet ha samma värden på hårdheten enligt både Shore A och IRHD. Jämförs resultat från Shore A med resultat från IRHD, där optimering har skett mot samma hårdhet, skiljer sig materialparametrarnas slutvärden åt. Detta beror på att lösningarna ej är entydiga. Resultaten blir olika på grund av att startvärdena skiljer sig mycket åt. Om lösningen vara entydig skulle resultaten vara likvärdiga.

Då materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” används i metoden kan verifiering ske. Jämförelsevis stämmer dessa värden relativt bra överens. Detta påvisar att metoden kan användas för att erhålla Finita Elementstorheter från hårdhetstal. För att metoden ska anses helt pålitligt krävs dock att entydiga resultat för elasticitetsmodul och sträckgräns erhålls. För att uppnå detta behövs det resultat från andra provningsmetoder än hårdhetsprovning att optimera emot.

Valen av variabler kan diskuteras. Alternativt kunde elasticitetsmodulen bytas ut mot tangentmodulen eller kunde båda dessa parametrar användas som variabler tillsammans med sträckgränsen. Om tangentmodulen tillsammans med elasticitetsmodulen används som variabler blir optimeringsproblemet mer komplicerat, eftersom ett inkorrekt materialbeteende uppträder då tangentmodulen får ett större värde än elasticitetsmodulen.

Vid användande av materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” i Shore A-modellen kan endast hårdheter mellan 95° och 99° simuleras. Då hårdheten understiger 95° deformeras vissa element kraftigt och simulering kan därmed ej ske.

För simulering av hårdhetsprovning på gummi med metoden Shore A genomfördes endast en optimering mot en hårdhet. Detta på grund av den stora tidsåtgången vid optimeringen. Resultatet visar att modellen fungerar. Att tidsåtgången är stor beror på att materialmodellen endast kan beräknas explicit. En annan orsak är att modellens elementindelning ändras under beräkningsgången.

En nackdel med denna metod är att en materialmodell innehållande fiktiva materialparametrar används vid simulering av gummi. De fiktiva materialparametrarna är endast användbara för beräkningar i LS-DYNA. Om verifiering av de framtagna sambanden genomförs med hjälp av praktisk provning, vore det enklare om mer allmänna parametrar erhölls. Ytterligare nackdelar är att optimeringarna har flera olika lösningar samt att tidsåtgången vid optimeringarna är stor. Denna tidsåtgång reduceras kraftigt då materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” används och FE-beräkningarna kan ske implicit. Ytterligare en fördel med denna materialmodell är att den innehåller bland annat elasticitetsmodul och sträckgräns som materialparametrar.

Ännu en fördel med metoden är att optimeringsproblemet är enkelt att formulera. Ändringar av problemet, så som optimering mot fler intrycksdjup under en analys, kan enkelt genomföras. Det är även enkelt att utöka metoden med fler provningsmetoder av Shore och IRHD, så som Shore D eller IRHD M. Detta eftersom alla metoderna bygger på att intrycksdjupet mäts och sätts i relation till hårdheten.

Metodiken kan med fördel användas för att erhålla samband mellan materialparametrar och andra storheter då praktiska prov utförs. Det krävs då, som tidigare nämnt, att det finns fler än ett provningsresultat att optimera emot. Hårdhetsprovning kan kompletteras med t.ex. en dragprovkurva med töjningar vid flera olika tidpunkter för att erhålla ett mer entydigt resultat under optimeringsfasen. Detta eftersom det krävs lika många ekvationer som okända för att undvika att ekvationssystemet har fler lösningar.

Ett förslag till fortsatt arbete är att utveckla metoden så att de resultat som erhålls är entydiga. Ytterligare ett förslag är att inkludera fler provningsmetoder som används för att mäta hårdhet på metaller t.ex. Brinell och Rockwell.

7 Slutsatser

I detta kapitel får läsaren ta del av de slutsatser som författarna har kommit fram till.

Det går med metodens hjälp att finna samband mellan hårdhet och materialparametrar. Dessa parametrar kan anta olika värden för samma hårdhet. Man kan med säkerhet använda värdena på parametrarna för simulering av hårdhetsprovning. Det är osäkert hur korrekt materialet beter sig vid andra belastningsfall om parametrarna väljs utifrån de framtagna sambanden. För att kontrollera säkerheten vid andra belastningsfall bör praktiska prover utföras tillsammans med simuleringar av dessa prover med hjälp av t.ex. LS-DYNA.

Bivillkoret C, då materialmodell ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER” används, har ett entydigt förhållande till hårdheten.

Metoden är tidskrävande i de fall materialmodellen kräver en explicit lösning eftersom optimeringsfasen då tar lång tid. När en implicit lösning kan användas förkortas tiden för optimeringen markant.

Materialmodellen ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC” kan med fördel användas för simulering av plaster för metoderna IRHD H och Shore A. Jämförbara materialparametrar så som elasticitetsmodul och sträckgräns erhålls.

Om hårdhetsprovningen kompletteras med andra provningsresultat, t.ex. en dragprovkurva blir resultaten mer entydiga och därmed blir metodiken mer användbar.

I de fall då verifiering kan ske stämmer resultaten bra med givna materialdata. Detta visar att metoden är användbar för att erhålla finita elementstorheter från hårdhetstal.

8 Ordlista och förkortningar

CAD – Computer-aided design.

Durometer – Provningsutrustning för mätning av Shorehårdheter.

Explicit – Explicit (direkt) uttryckt samband innebär att den ena variabel är uttryckt i termer av den andra. I ett sådant uttryck kan man direkt hitta lösningen genom att sätta in ett värde på den ena variabeln och sedan beräkna värdet av den explicit uttryckta variabeln.

FE-beräkning – Finita elementberäkning.

FEM – Finita element metoden.

Hessian – En kvadratisk matris bestående av samtliga partiella andraderivator till en funktionen.

Inkompressibel – Konstant volym.

Implicit – Implicita (indirekta) uttryck beskriver sambanden mellan t.ex. två variabler. För att hitta sambandet får ett godtyckligt värde sättas in för den ena variabeln. Därefter löses en ekvation för att få fram den andra variabelns värde.

IRHD H – International rubber hardness degree high hardness test, metod för att mäta hårdhet på plast och gummi.

IRHD N - International rubber hardness degree normal test, metod för att mäta hårdhet på plast och gummi.

Isotropiskt hårdnande – Hårdnandet har samma egenskaper i alla riktningar.

Kinematisk – Något som avser eller sammanhänger med ren rörelse.

Kontraktion – Sammandragning, hopkrympning.

Monomerer – Polymerer bildas genom att dessa mindre molekyler sammanbinds. Exempel på en monomer är eten.

Positivt definit – Hessianen är positivt definit om alla egenvärden till hessianen är större än noll.

Pre-processor – Ett program i vilket en modell färdigställs innan den analyseras i ett FE-program.

Residualgraf – Graf som beskriver avvikelsen mellan en funktionsgraf och dess mätvärden.

RSM – Response Surface Methodology, responsytemetodik.

Shore A – Metod för att mäta hårdhet på plast och gummi.

Shore D - Metod för att mäta hårdhet på plast och gummi.

SRSM – Successive Response Surface Method, successiv responsytmetod.

9 Referenser

[1] Saab Bofors Dynamics. *Saab Bofors Dynamics – Ett kunskapsbaserat högteknologiskt företag*.

[2] Askeland Donald R (1998). *The Science of Engineering of Materials, third edition*. Cheltenham: Stanely Thornes (Publishers) Ltd, ISBN 0-7487-4083-X.

[3] http://www.met.kth.se/mattechnol/FUMA2002/PolymeraBiomaterial/polymera%20biomaterial2.doc (2004-10-29)

[4] http://www.stiplast.se/Sida1/Termo.html (2004-10-29)

[5] http://www.simritna.com/catalog/oring/98physics_rubber.htm (2004-06-11)

[6] Friberg Gunnar m fl. (1986). *Konstruera i gummi.* Örebro: Ljungföretagen, ISBN 91-524-0831-0.

[7] McCrum N.G., Buckley C.P. och Bucknall C.B. (1997). *Principle of Polymer Engineering, second edition.* New York: Oxford University Press Inc., ISBN 0-19-856527-5.

[8] ASTM D 2240-03 *Standard Test Method for Rubber Property – Durometer Hardness*, USA.

[9] Sveriges Gummitekniska Förening (1987). *Gummi: Provning Högre kurs i Gummi och Plastteknologi.* Stockholm. ISBN 91-86430-63-7.

[10] ASTM D 1415-88 (Reapproved 1999) *Standard Test Method for Rubber Property - International Hardness*, USA.

[11] Svensk standard SS-ISO 48, *Vulkat gummi ock termoelast – Bestämning av hårdhet (hårdhet mellan 10 IRHD och 100 IRHD)*, Material- och Mekanstandardisering, 1995-04-21 utgåva 1 Stockholm, Sverige.

[12] Saab standard STD 1869, *Gummi – Hårdhetsjämförelser*, 1980-02, Sverige.

[13] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 1998. *LS-DYNA THEORETICAL MANUAL.*

[14] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 2003. *LS-DYNA KEYWORD USER'S MANUAL Version 970.*

[15] Stander Nielen, Roux Willem, Eggleston Trent och Craig Ken (2004). *LS-OPT User's Manual - A DESIGN OPTIMIZATION AND PROBABILISTIC ANALYSIS TOOL FOR THE ENGINEER ANALYST Version 2.2*. Livemore: LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION.

[16] http://www.cs.lth.se/EDA070/vecka7/lsm.pdf (2004-11-04)

[17] Borealis (2004), Edition 4, *Borecene Compact RM8406*

[18] http://www.mayahtt.com/ideas (2005-01-04)

[19] LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION, 1998. *LS-INGRID: A Pre-Processor And Three-Dimensional Mesh Generator For Programs LS-DYNA, LS-NIKE3D And TOPAZ3D Version 3.5*

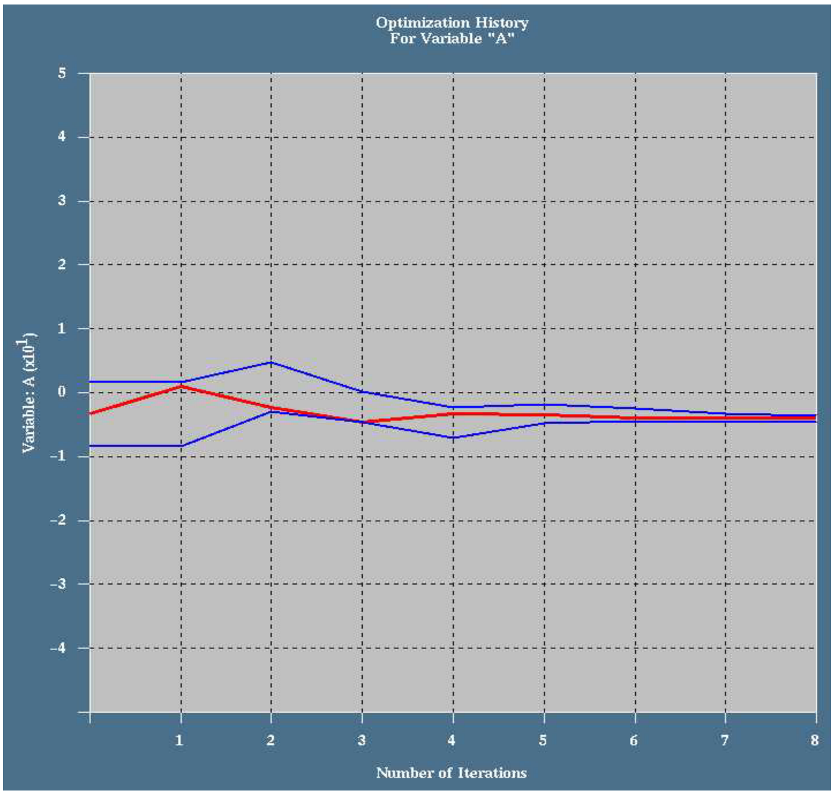
[20] XYZ Scientific Applications, Inc, 2001. *TrueGrid Manual Version 2.1.0*

[21] http://www.abaqus.com/ (2005-01-04)

[22] http://www.mathworks.com/products/matlab/ (2005-01-04)

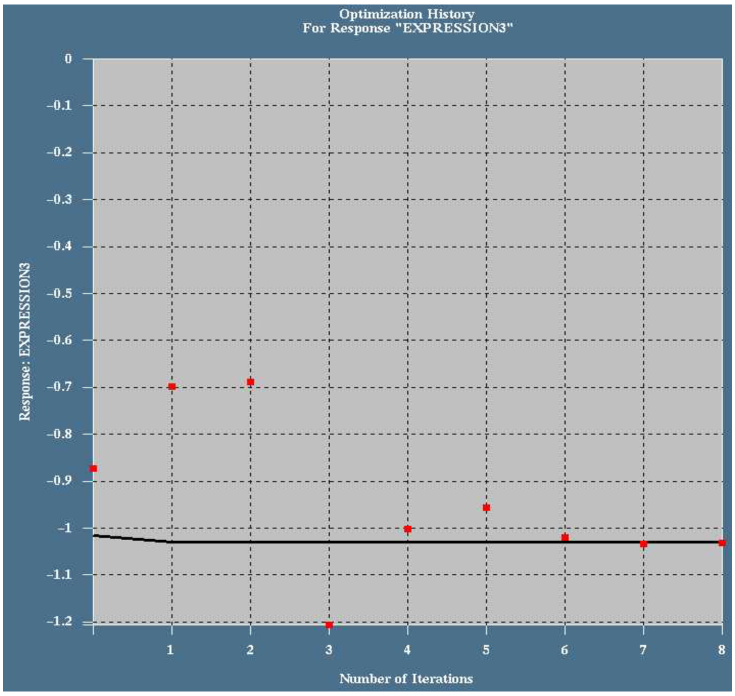
Bilaga A – Resultatredovisning från LS-OPT

I denna bilaga redovisas ett exempel på hur resultaten ifrån en optimering i LS-OPT kan utläsas. Exemplet är taget från optimeringen nummer sex av IRHD N. Målet för optimeringen är att erhålla djupet 1,03 mm.



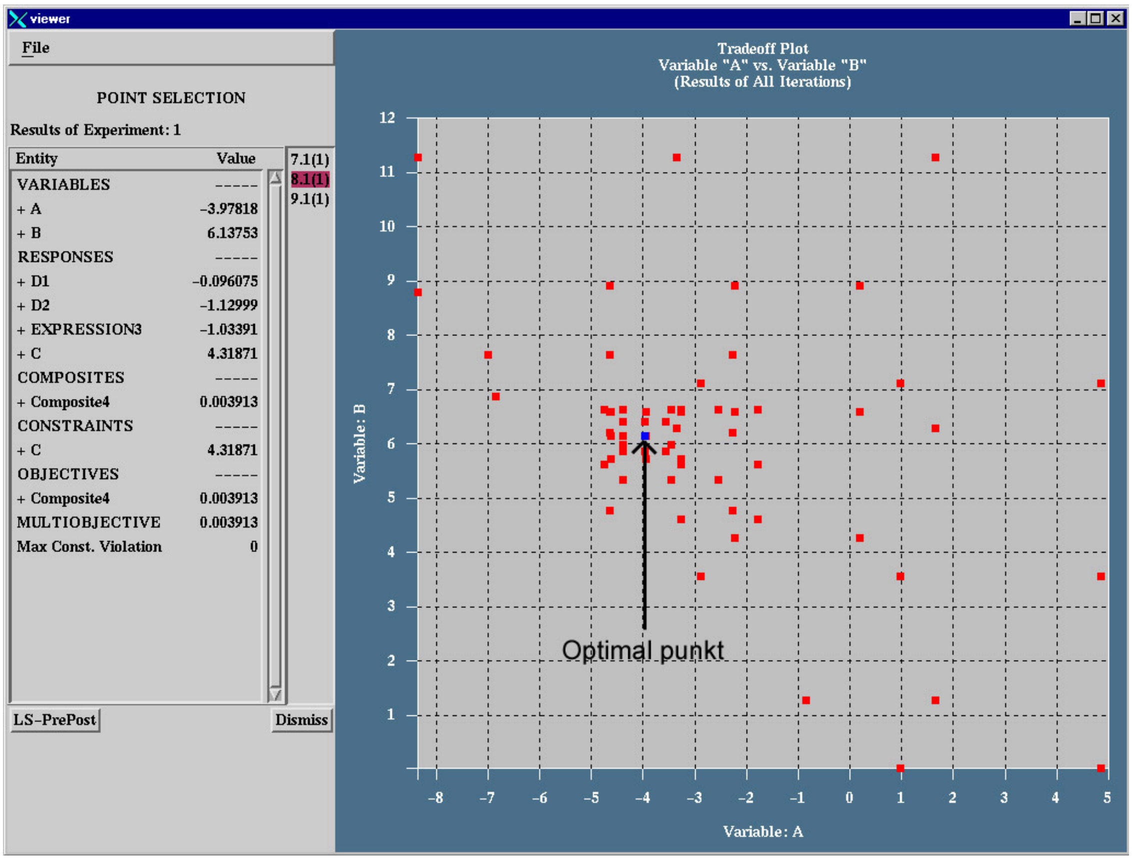
Figur A.1 – Optimeringshistorik för variabeln A

Figur A.1 beskriver variabeln A:s värden under optimeringens fortlöpande. Förflyttning och minskning av variationsvidden beskrivs även. Liknande bild för variabel B finns även att tillgå.



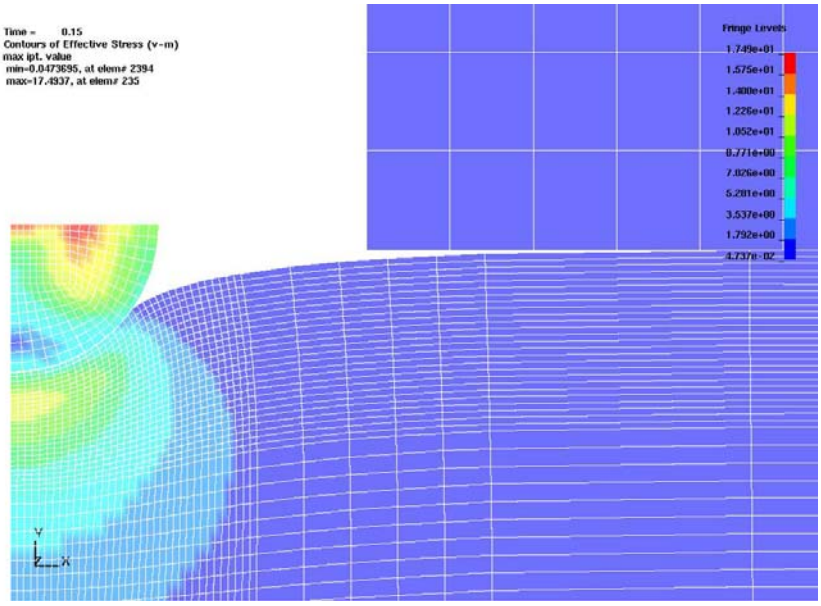
Figur A.2 – Optimeringshistorik för målfunktionen

Punkterna i figur A.2 är målfunktionens värde vid varje iteration.



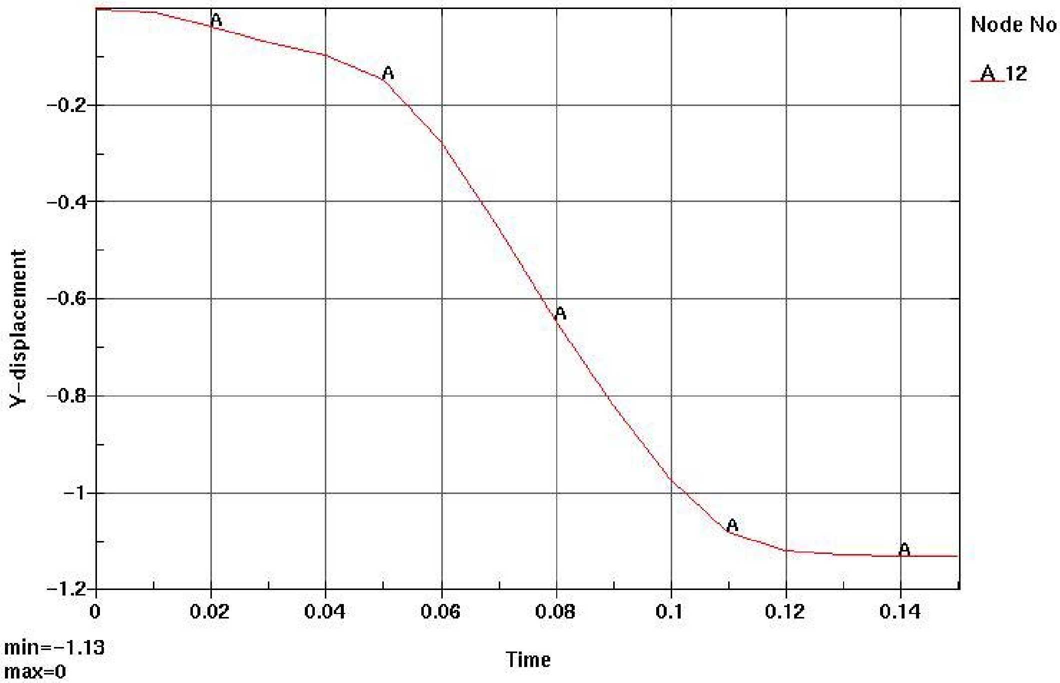
Figur A.3 – Resultatredovisning för optimeringen

Alla undersökta punkter redovisas i figur A.3. Den optimala punktens värden redovisas till vänster i figuren.



Figur A.4 – Resultatredovisning från LS-DYNA

Figur A.4 redovisar den optimala lösningen i LS-DYNA.



Figur A.5 – Indentorns förskjutning i vertikal led

Vid den optimala lösningen erhålls förskjutningen, i vertikal led, av indentorn enligt figur A.5.

Bilaga B – Resultat från optimeringarna av IRHD N

Tabell B.1 – Resultat IRHD N, materialmodell ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”

Optimeringar IRHD N															
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden				
Nr	A	B	A	B	A	B	A	B	Iterationer	Target	A	B	C	Expression	Hårdhet
1	10	5	-50	-50	50	50	10	10	5	-0,28	13,5226	4,52251	36,090	-0,279101	85,7
2	14,9	3,7	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,43	9,2082	0,560304	19,537	-0,428557	75,2
3	9,2	0,56	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,58	5,42636	0,965478	12,784	-0,578988	66,6
4	1,356	3,685	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,73	-1,52198	5,59125	8,139	-0,734094	59,2
5 *	-1,522	5,591	-50	-50	50	50	10	10	6	-0,88	-3,35629	6,28309	5,854	-0,881596	53
6	-3,356	6,283	-50	-50	50	50	10	10	8	-1,03	-3,97818	6,13753	4,319	-1,03391	47,8
7	-3,978	6,138	-50	-50	50	50	10	10	9	-1,18	-6,40742	7,89376	2,973	-1,18016	43,3
8	-6,14	7,91	-50	-50	50	50	10	10	9	-1,33	-4,92916	6,19646	2,535	-1,32687	39,4
9	-4,929	6,196	-50	-50	50	50	10	10	9	-1,48	-3,26232	4,41494	2,305	-1,47715	36
10	-3,262	4,415	-50	-50	50	50	10	10	9	-1,63	-2,32024	3,35568	2,071	-1,62783	33

* Från och med denna optimering är QM-parametern under Hourglass-kortet i LS-DYNA justerad från 1.0 till 2.0.

Bilaga C – Resultat från optimeringarna av IRHD H

Tabell C.1 – Resultat IRHD H, materialmodell ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”

Optimeringar IRHD H															
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden				
Nr	A	B	A	B	A	B	A	B	Iterationer	Target	A	B	C	Expression	Hårdhet
1	25,000	4,000	-50	-50	50	50	10	10	6	-0,440	17,1768	0,314113	34,982	-0,442533	84,8
2	22,400	-3,500	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,390	23,2611	-2,23754	42,047	-0,389492	87
3	23,260	-2,230	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,340	25,3449	-0,311219	50,067	-0,340309	89,3
4	23,340	-0,311	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,290	23,8758	6,17128	60,094	-0,289925	91,6
5	23,880	6,170	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,240	32,0159	7,31154	78,655	-0,239853	93,8
6 *	32,016	7,312	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,190	40,3239	14,4889	109,626	-0,18991	95,8
7 **	50,000	31,489	-50	-50	100	100	10	10	4	-0,140	51,6501	33,4005	170,101	-0,140003	97,6
8 ***	51,650	33,401	-50	-50	100	100	20	20	6	-0,090	89,4957	75,1512	329,294	-0,089945	99,1
9	202,496	175,151	-50	-50	400	400	60	60	6	-0,04	280,449	253,467	1067,832	-0,039996	99,9

* Från och med denna optimering är QM-parametern under Hourglass-kortet i LS-DYNA justerad från 1.0 till 0.15.

** Maxvärdena på A och B har ändrats från 50 till 100

*** Från och med denna optimering är QM-parametern under Hourglass-kortet i LS-DYNA justerad från 0.15 till 0.01.

Tabell C.2 – Resultat IRHD H, materialmodell "*MAT_PLASTIC_KINEMATIC"

Optimeringar IRHD H														
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden			
Nr	E	Sy	E	Sy	E	Sy	E	Sy	Iterationer	Target	E	Sy	Expression	Hårdhet
1	750	20	200	15	3000	200	100	10	13	-0,09	1229,77	68,2726	-0,08994	99,1
2	750	20	200	15	3000	200	100	10	13	-0,12	937,716	38,8617	-0,120006	98,3
3	750	20	200	15	3000	200	100	10	8	-0,15	782,019	23,7279	-0,149915	97,3
4	750	20	200	15	3000	200	100	10	8	-0,18	613,659	18,7888	-0,180001	96,2
5	613,7	18,8	200	15	3000	200	100	10	8	-0,21	482,025	17,8576	-0,20991	95
6	482	17,9	200	15	3000	200	100	10	7	-0,24	391,67	16,4694	-0,240046	93,8
7	391,7	16,5	200	15	3000	200	100	10	7	-0,28	296,159	16,734	-0,280299	92
8	296,2	16,7	200	15	3000	200	100	10	7	-0,3	253,997	18,1738	-0,299659	91,1

Sy = Sträckgräns
E = Elasticitetsmodul

Bilaga D – Resultat från optimering Shore A

Tabell D.1 – Resultat Shore A, materialmodell ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”

Optimeringar Shore A															
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden				
Nr	A	B	A	B	A	B	A	B	Iterationer	Target	A	B	C	Expression	Hårdhet
1	1,356	3,685	-50	-20	100	100	60	60	3	-0,1	-32,9	37,9	9,999	-0,098909	96

Tabell D.2 – Resultat Shore A, materialmodell ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”

Optimeringar Shore A														
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden			
Nr	E	Sy	E	Sy	E	Sy	E	Sy	Iterationer	Target	E	Sy	Expression	Hårdhet
1	570	20	200	15	3000	200	100	4	5	-0,125	494,488	17,4761	-0,125036	95
2	750	20	200	15	3000	200	100	10	3	-0,1	569,721	21,654	-0,100703	96
3	750	20	200	15	3000	200	100	10	5	-0,075	760,239	23,0863	-0,074991	97
4	760	23,1	200	15	3000	200	100	10	5	-0,05	1026	31,4297	-0,050011	98
5	1026	31,4	200	15	3000	200	100	10	10	-0,025	2041,75	33,8	-0,025	99

Sy = Sträckgräns
E = Elasticitetsmodul

Bilaga E – Verifiering av slutvärdenas entydighet

Tabell E.1 – Verifiering av slutvärdenas entydighet då startvärden ändrats, IRHD H materialmodell ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”

Verifiering av slutvärden IRHD H															
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden				
Nr	A	B	A	B	A	B	A	B	Iterationer	Target	A	B	C	Expression	Hårdhet
2	22,400	-3,50	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,39	23,2611	-2,23754	42,047	-0,389492	87
2A	10	-1	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,39	19.0094	1,2475	40,5137	-0,390286	87
2B	15	5	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,39	14,4674	5,18477	39,3044	-0,389453	87
4	23,340	-0,311	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,29	23,8758	6,17128	60,094	-0,289925	91,6
4A	15	5	-50	-50	50	50	10	10	4	-0,29	17,4599	11,6484	58,2168	-0,289469	91,6

Tabell E.2 – Verifiering av slutvärdenas entydighet då startvärden ändrats, IRHD H materialmodell ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”

Verifiering av slutvärden IRHD H														
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden			
Nr	E	Sy	E	Sy	E	Sy	E	Sy	Iterationer	Target	E	Sy	Expression	Hårdhet
3	750	20	0,5	15	3000	200	100	10	8	-0,15	782,019	23,7279	-0,149915	97,3
3A	900	30	0,5	15	3000	200	100	10	8	-0,15	856,126	19,7637	-0,149994	97,3
3B	600	15	0,5	15	3000	200	100	10	8	-0,15	699,695	29,1795	-0,149998	97,3

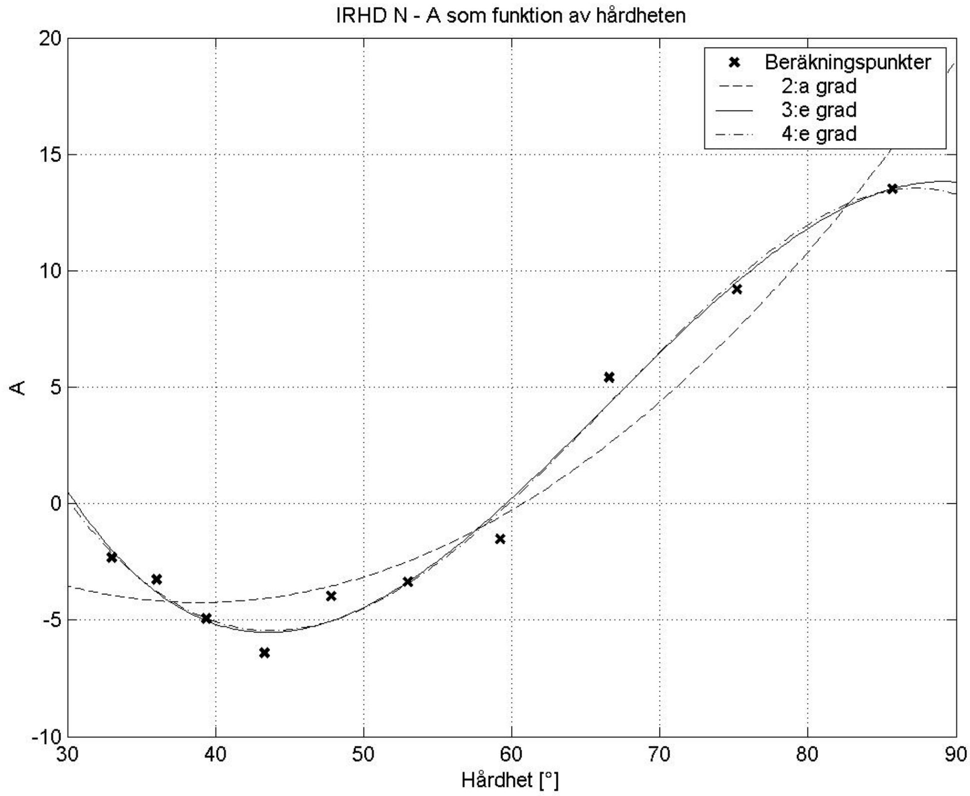
Sy = Sträckgräns
E = Elasticitetsmodul

Tabell E.3 – Verifiering av slutvärdenas entydighet om antalet iterationer ökas, IRHD N

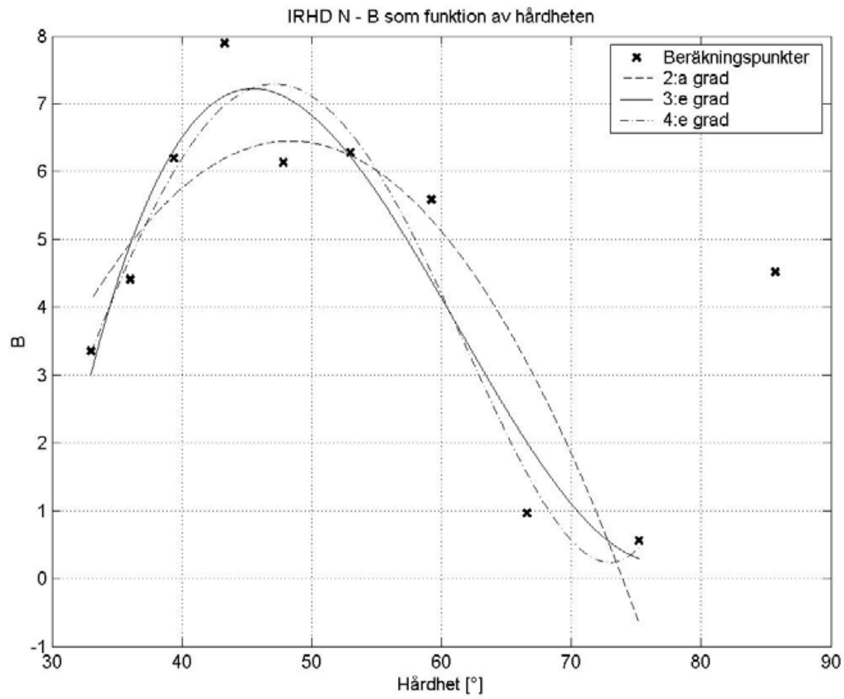
Verifiering av slutvärden IRHD N															
	Startvärden		Minvärden		Maxvärden		Variationsvidd				Slutvärden				
Nr	A	B	A	B	A	B	A	B	Iterationer	Target	A	B	C	Expression	Hårdhet
10	-3,978	6,138	-50	-50	50	50	10	10	8	-1,18	-6,41415	7,90576	2,983	-1,17799	43,3
10B	-3,978	6,138	-50	-50	50	50	10	10	9	-1,18	-6,40742	7,89376	2,973	-1,18016	43,3

Bilaga F – Kurvanpassning

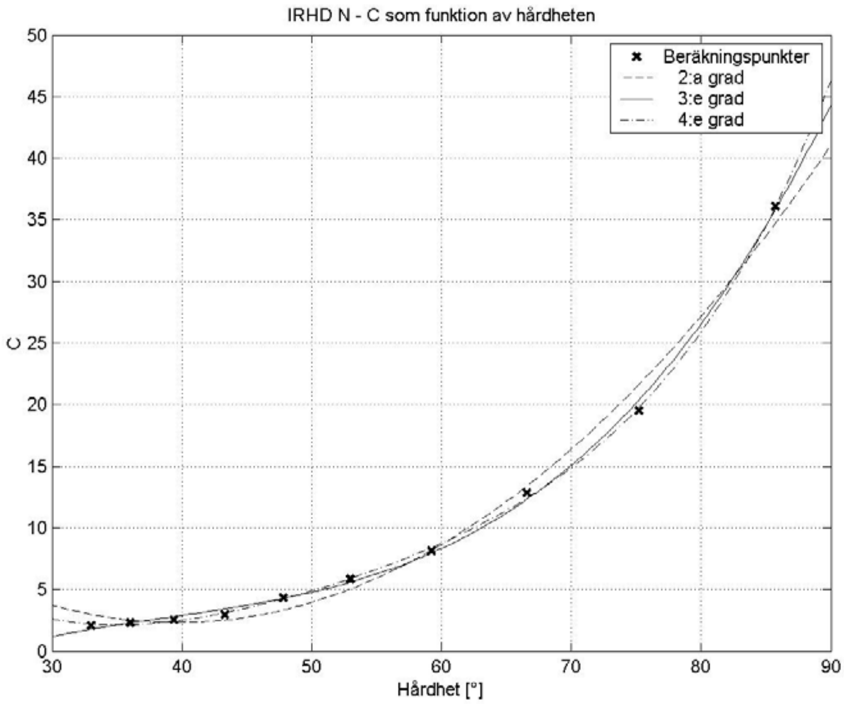
Figuren F.1 till figur F.3 visar kurvanpassningar med olika approximationsgrader för IRHD N. Figurerna visar tydligt att en andragradskurva ger en alltför dålig kurvanpassning. Skillnaden mellan approximationsgrad tre och fyra är mycket liten, båda ger en bra kurvanpassning. Då den minsta approximationsgrad som ger en bra kurvanpassning ska användas, väljs grad tre.



Figur F.1 – Kurvanpassning av parametern A, IRHD N

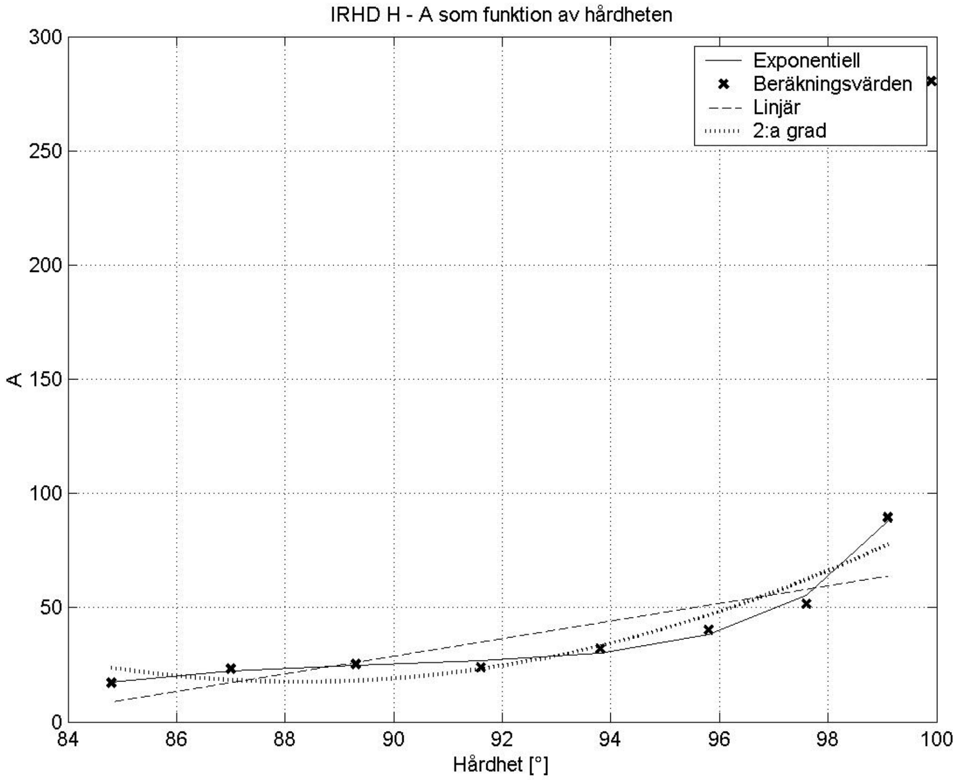


Figur F.2 – Kurvanpassning av parametern B, IRHD N

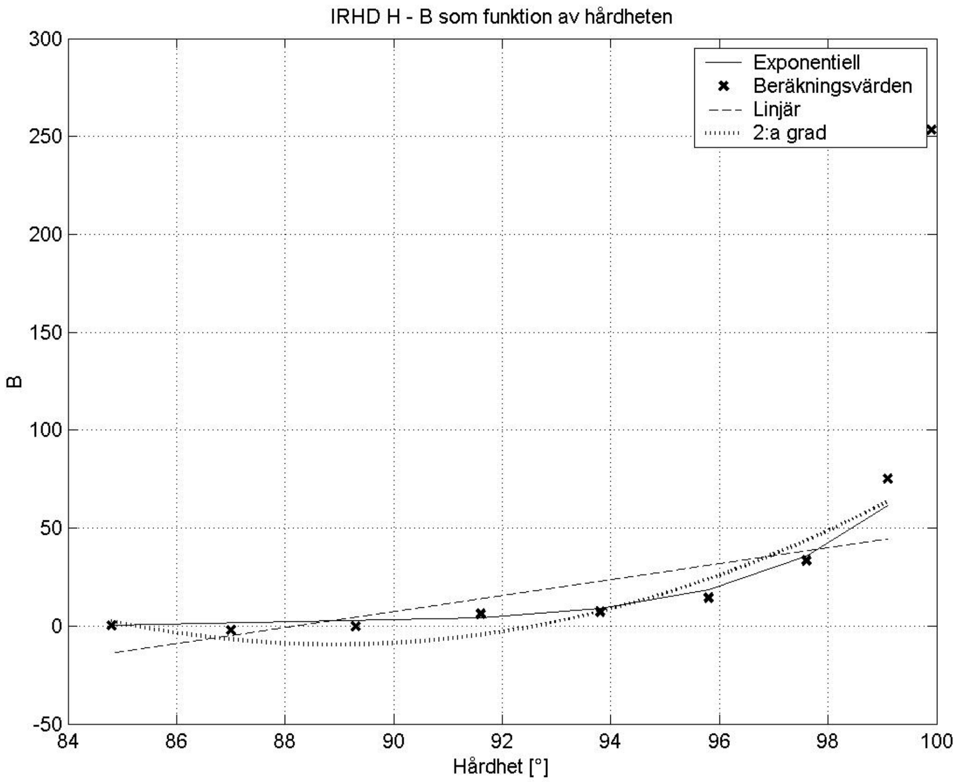


Figur F.3 – Kurvanpassning av parametern C, IRHD N

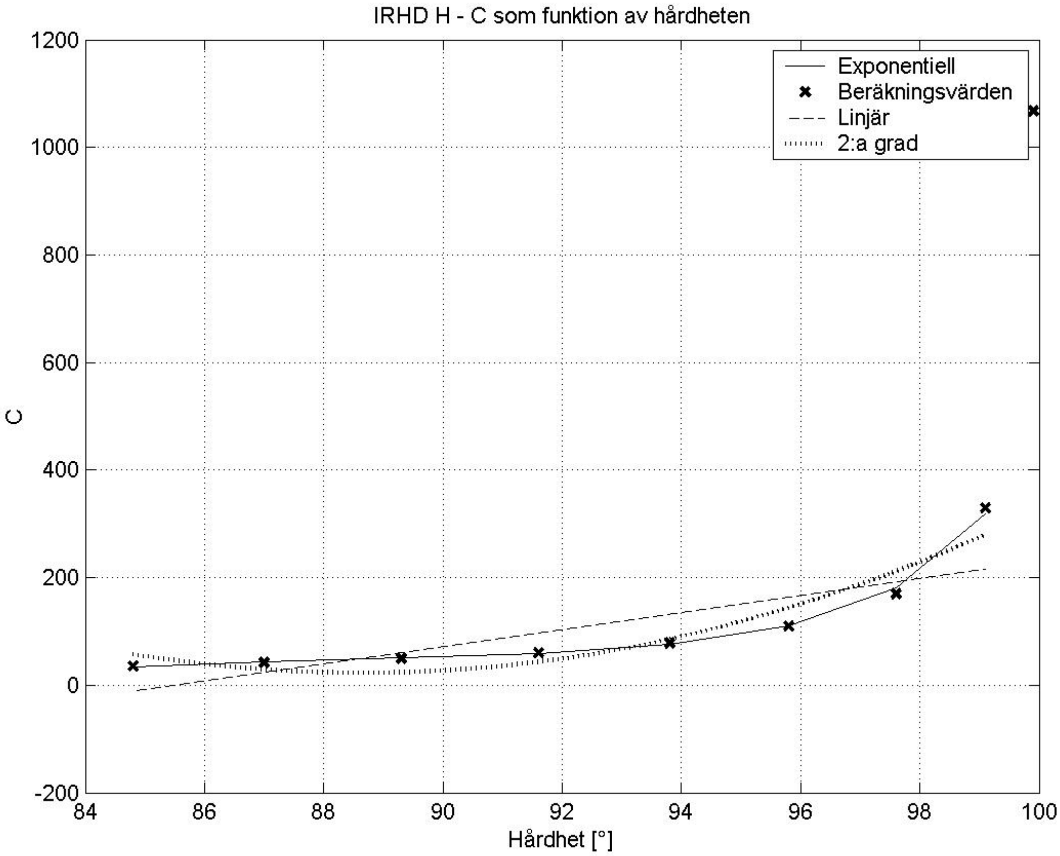
Figur F.4 till figur F.6 visar olika kurvanpassningar för IRHD H med materialmodell "*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER". Till dessa punkter passar en exponentialkurva bäst.



Figur F.4 – Kurvanpassning av parametern A, IRHD H

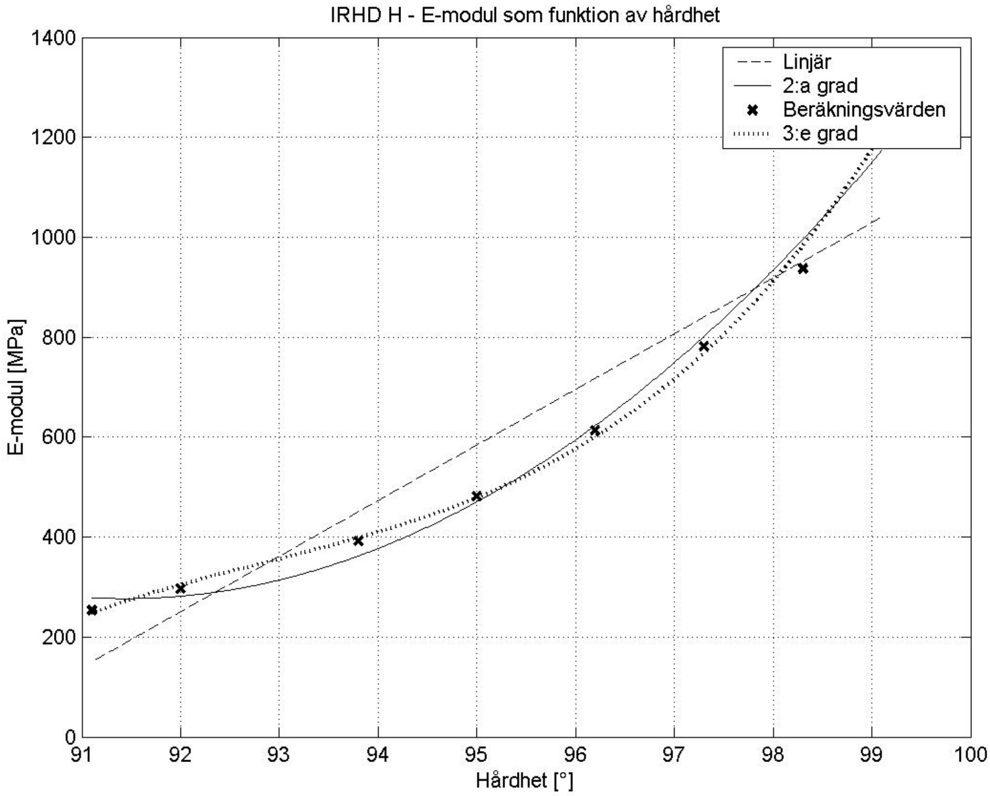


Figur F.5 – Kurvanpassning av parametern B, IRHD H

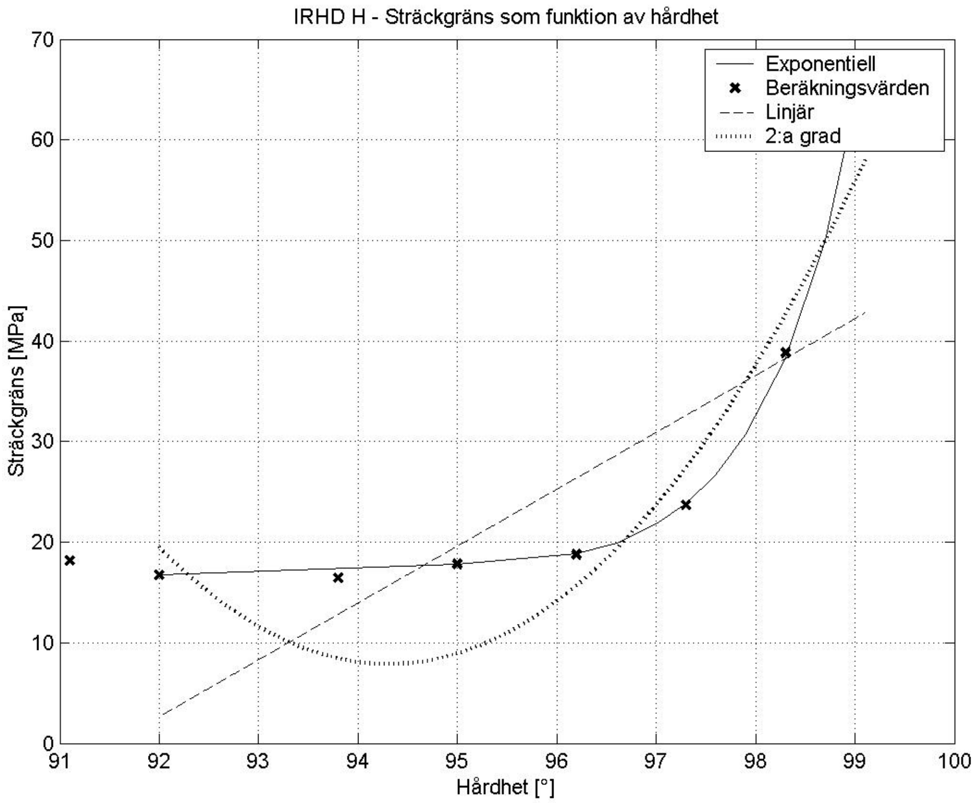


Figur F.6 – Kurvanpassning av parametern C, IRHD H

Figur F.7 till figur F.8 visar olika kurvanpassningar för IRHD H med materialmodell ”*MAT_PLASTIC_KINEMATIC”. En tredjegradskurva beskriver bäst beräkningsvärdena för elasticitetsmodulen. För sträckgränsen passar en exponentiell kurva bäst.



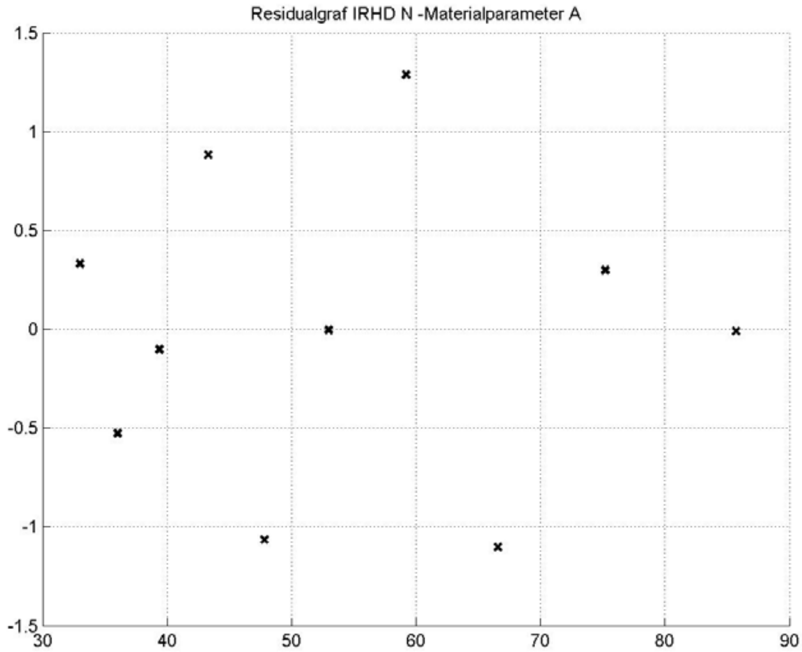
Figur F.7 - Kurvanpassning av elasticitetsmodulen, IRHD H



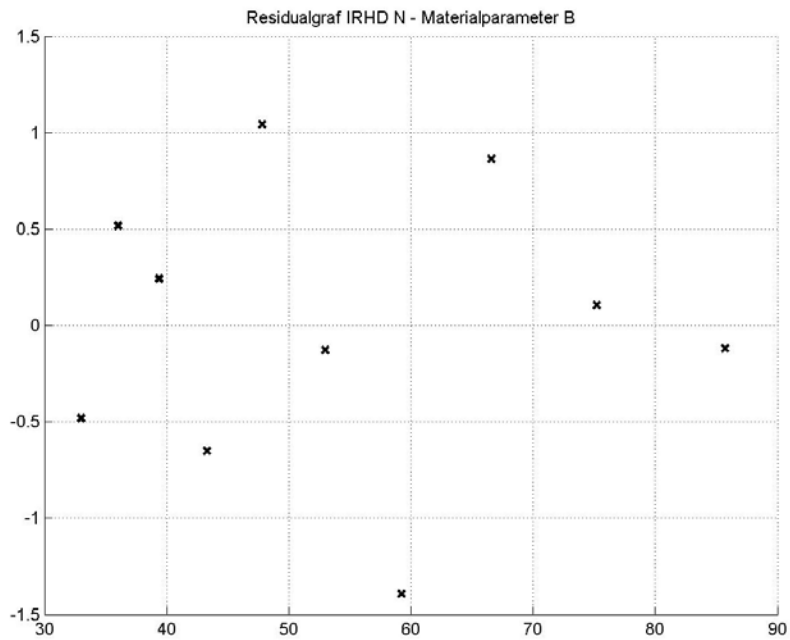
Figur F.8 - Kurvanpassning av sträckgränsen, IRHD H

Bilaga G – Residualgrafer

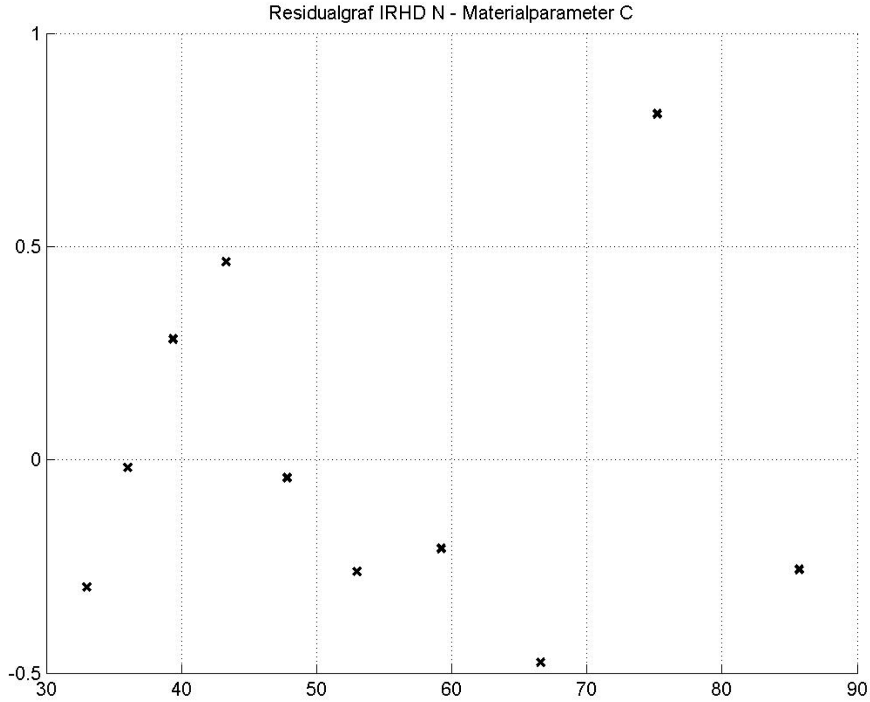
Residualgraferna visar avvikelserna mellan beräkningsvärdena och funktionsgrafen. Dessa avvikelser får ej vara orimligt stora. Punkterna skall även ligga statistsikt slumpmässigt. Figur G.1 till figur G.3 visar residualgrafer för respektive kurvanpassning för IRHD N.



Figur G.1 – Residualgraf för parametern A, IRHD N

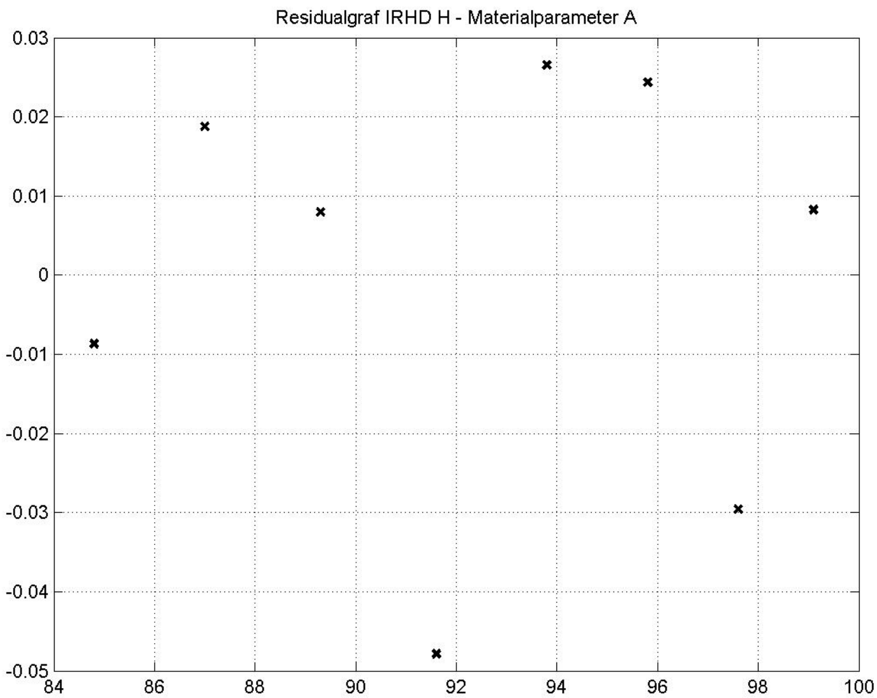


Figur G.2 – Residualgraf för parametern B, IRHD N

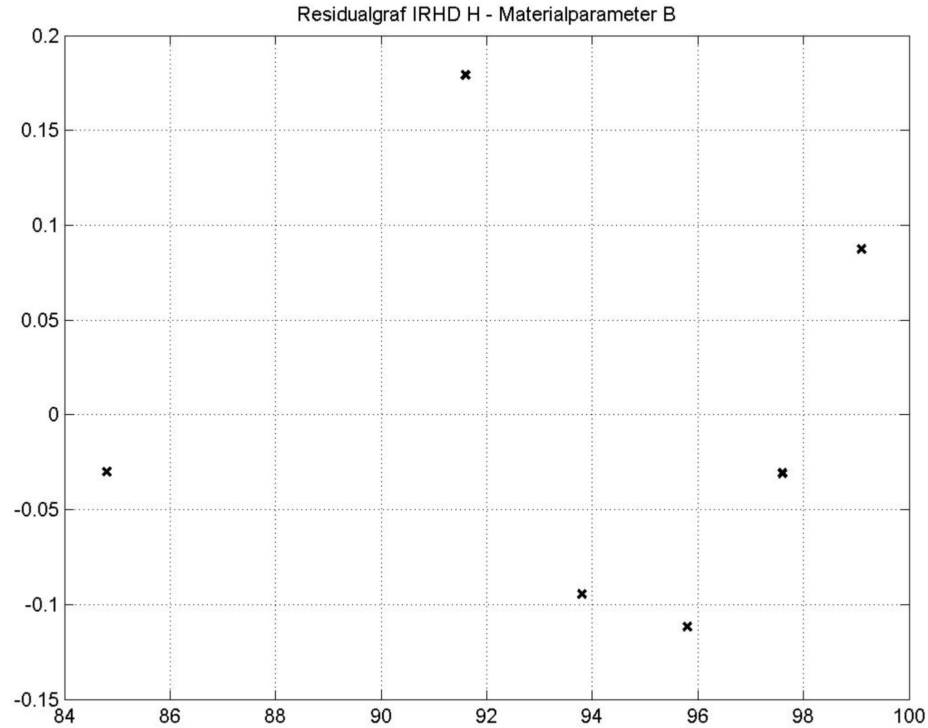


Figur G.3 – Residualgraf för parametern C, IRHD N

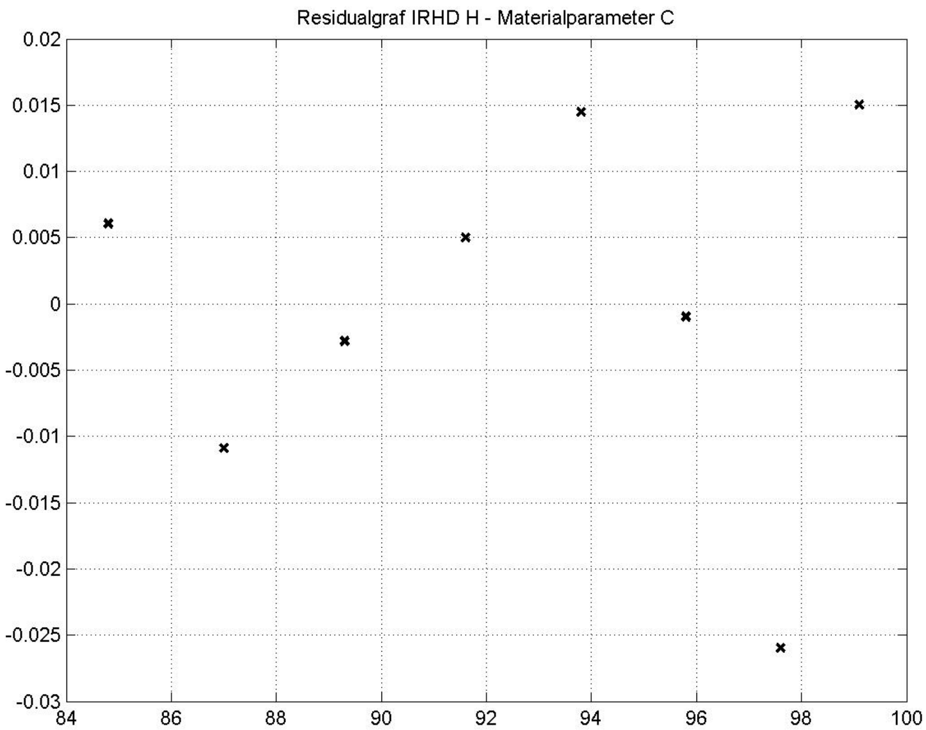
Figur G.4 till figur G.6 visa residualgrafer från kurvanpassningen, IRHD H med materialmodellen ”*MAT_MOONEY-RIVLIN_RUBBER”.



Figur G.4 – Residualgraf för parametern A, IRHD H

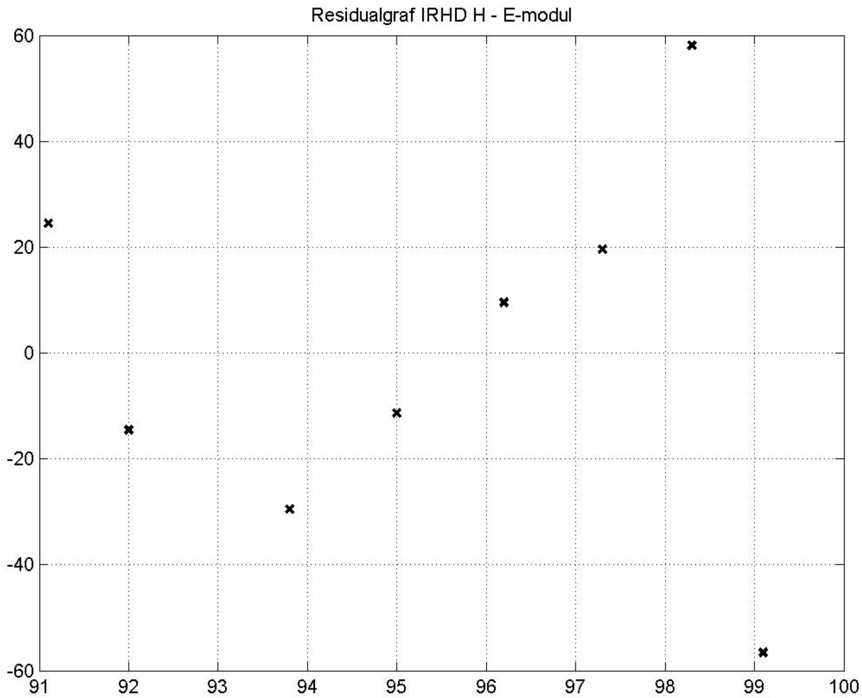


Figur G.5 – Residualgraf för parametern B, IRHD H

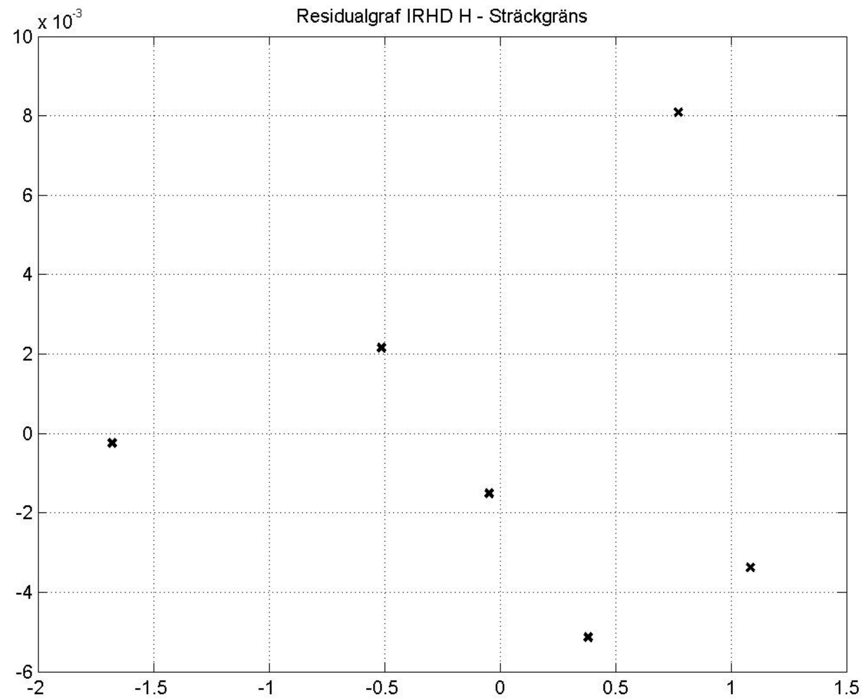


Figur G.6 – Residualgraf för parametern C, IRHD H

Figur G.7 till figur G.8 visar residualgraferna för kurvanpassningen av IRHD H med materialmodellen "*MAT_PLASTIC_KINEMATIC".



Figur G.7 – Residualgraf **för elasticitetsmodulen, IRHD H**



Figur G.8 - Residualgraf för sträckgränsen, IRHD H